TU v Liberci	**HOSPODÁŘSKÁ FAKULTA**
Přijímací zkoušky z MATEMATIKY pro akademický rok 2008/2009	**KMD FP**

Datum: ________________ ***Registrační číslo uchazeče*** | | | | | | |

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	*Celkem*
Body						

Varianta 7

UPOZORNĚNÍ: Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

ZADÁNÍ:

1. Určete, pro která $x \in \mathbf{R}$ je výraz definován, a výraz zjednodušte:

$$\left(\frac{2x+3}{1-2x}-1\right):\frac{8x^2-2}{x-4x^2+4x^3} \quad .$$

2. V množině reálných čísel najděte všechna řešení goniometrické rovnice

$$(1-\sin x)^2=\cos^2 x-\sin x \quad .$$

3. Určete sedmý člen aritmetické posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, pro kterou platí:

$a_1 \,.\, a_3 = 28$,
$a_2 + a_4 = 14$.

4. Počítač byl v lednu zlevněn o 10 %, v únoru pak byla jeho cena snížena o pětinu, a to na 18000 Kč. Jaká byla původní cena počítače před oběma úpravami ceny?

5. Jsou dány body $A[1,\ 2]$ a $B[7,\ 0]$. Napište rovnici přímky p, která prochází středem úsečky AB a vrcholem paraboly $y = x^2 - 1$.

ŘEŠENÍ:

1. Určete, pro která $x \in \mathbf{R}$ je výraz definován, a výraz zjednodušte:

$$\left(\frac{2x+3}{1-2x}-1\right):\frac{8x^2-2}{x-4x^2+4x^3} \quad .$$

Řešení:

$$\left(\frac{2x+3}{1-2x}-1\right):\frac{8x^2-2}{x-4x^2+4x^3} = \frac{2x+3-1+2x}{1-2x}:\frac{2\left(4x^2-1\right)}{x.\left(1-4x+4x^2\right)} =$$

$$= \frac{4x+2}{1-2x}\cdot\frac{x.(1-2x)^2}{2.\left(4x^2-1\right)} = 2(2x+1).\frac{x.(1-2x)}{2(2x+1)(2x-1)} = -x$$

Podmínky: $x \neq 0$, $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq -\frac{1}{2}$.

2. V množině reálných čísel najděte všechna řešení goniometrické rovnice

$$(1 - \sin x)^2 = \cos^2 x - \sin x \ .$$

Řešení:

Rovnici upravíme: $1 - 2 \sin x + \sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \sin x$

$$2 \sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x\,(2 \sin x - 1) = 0$$

Je tedy buď $\sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = k\pi\,,\ k \in \mathbf{Z},$

nebo $\sin x = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi\,,\ \ x_3 = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi\,,\ k \in \mathbf{Z}$

3. Určete sedmý člen aritmetické posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, pro kterou platí: $a_1 \,.\, a_3 = 28$,

$a_2 + a_4 = 14$.

Řešení:

$a_1 .\ (a_1 + 2d) = 28$

$\underline{(a_1 + d) + (a_1 + 3d) = 14} \quad \Rightarrow \quad 2a_1 + 4d = 14 \ \Rightarrow \ d = \dfrac{7 - a_1}{2}$

$a_1 .\ (\ a_1 + 7 - a_1) = 28$

$7\, a_1 = 28 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 4, \quad d = 1{,}5$

Spočteme a_7: $\quad a_7 = \ a_1 + 6d = 13$

4. Počítač byl v lednu zlevněn o 10 %, v únoru pak byla jeho cena snížena o pětinu, a to na 18000 Kč. Jaká byla původní cena počítače před oběma úpravami ceny?

Řešení:

Označme původní cenu ….. p

Platí: $(p \,.\, 0{,}9) \,.\, 0{,}8 = 18\,000$

$$p = \frac{18000}{0{,}9.0{,}8} = \frac{20000}{0{,}8} = 25000$$

Počítač stál původně 25000 Kč.

5. Jsou dány body $A[1, 2]$ a $B[7, 0]$. Napište rovnici přímky p, která prochází středem úsečky AB a vrcholem paraboly $y = x^2 - 1$.

Řešení:

Střed úsečky AB je bod $S[4, 1]$.

Parabola $y = x^2 - 1$ má vrchol $V[0, -1]$.

Přímka p: $\quad y = ax + b \quad \Rightarrow$ řešíme soustavu: $1 = 4a + b$

$\underline{-1 = \ b}$

$b = -1,\ a = 0{,}5$

Rovnice přímky p: $\quad y = 0{,}5x - 1$