

Datum: \_\_\_\_\_

Registrační číslo uchazeče

--	--	--	--	--	--

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	Celkem
Body						

## Varianta 1

**UPOZORNĚNÍ:** Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

## ZADÁNÍ:

1. Stanovte, pro která  $x \in \mathbf{R}$  má uvedený výraz smysl, a výraz zjednodušte:

$$\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) : \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}\right).$$

2. Určete v množině reálných čísel všechna řešení rovnice s neznámou  $x$ :

$$\log(x-1) = \log(x-2)^2 - \log(x+1). \quad (\log \text{ značí dekadický logaritmus})$$

3. Dána aritmetická posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ . Určete diferenci  $d$  a první člen  $a_1$  této posloupnosti, víte-li, že čtvrtý člen posloupnosti  $a_4$  je roven 2 a součet prvních čtyř členů posloupnosti je roven -4.
4. Nádoba válcového tvaru s podstavou o poloměru 15 cm je naplněna tekutinou do výše 30 cm. Vypočítejte, kolik litrů tekutiny je v nádobě a jaký poloměr by měl mít válec, v němž by stejné množství tekutiny sahalo pouze do výše 15 cm. (1 litr = 1 dm<sup>3</sup> = 1000 cm<sup>3</sup>)
5. Cena rýže byla snížena o 4 %. Poté byla cena rýže zvýšena o 8 %. O kolik procent se po těchto úpravách změnila původní cena rýže? Je koncová cena vyšší nebo nižší než cena původní?

## ŘEŠENÍ:

1. Stanovte, pro která  $x \in \mathbf{R}$  má uvedený výraz smysl, a výraz zjednodušte:

$$\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) : \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}\right).$$

**Řešení:** Výraz má smysl pro  $x \neq \pm 2$ ,  $x \neq 3$ ,  $x \neq 1$ .

$$\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) : \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}\right) = \frac{\frac{x-1}{x+2}}{\frac{1-(x^2-4x+4)}{x^2-4}} = \frac{(x-1)(x-2)}{-(x-3)(x-1)} = -\frac{x-2}{x-3}.$$

2. Určete v množině reálných čísel řešení rovnice  $\log(x-1) = \log(x-2)^2 - \log(x+1)$  s neznámou  $x$  ( $\log$  značí dekadický logaritmus).

**Řešení:**  $x \neq 2, x > -1, x > 1 \Rightarrow x \in (1, 2) \cup (2, +\infty)$

$$\log(x-1) = \log(x-2)^2 - \log(x+1) \Leftrightarrow \log(x-1) = \log \frac{(x-2)^2}{x+1}$$

$$x^2 - 1 = (x-2)^2 \Rightarrow x = 5/4.$$

Jediným řešením dané rovnice je  $x = 5/4$ .

3. Dána aritmetická posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ . Určete diferenci  $d$  a první člen  $a_1$  této posloupnosti, víte-li, že čtvrtý člen posloupnosti  $a_4$  je roven 2 a součet prvních čtyř členů posloupnosti je roven -4.

**Řešení:**

$$\left. \begin{array}{l} a_4 = a_1 + 3d \\ s_4 = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 4a_1 + 6d \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 + 3d = 2 \\ 4a_1 + 6d = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_1 = -4 \\ d = 2 \end{array}$$

První člen posloupnosti je  $a_1 = -4$ , diference je  $d = 2$ .

4. Nádoba válcového tvaru s podstavou o poloměru 15 cm je naplněna tekutinou do výše 30 cm. Vypočítejte, kolik litrů tekutiny je v nádobě a jaký poloměr by měl mít válec, v němž by stejné množství tekutiny sahalo pouze do výše 15 cm. (1 litr = 1 dm<sup>3</sup> = 1000 cm<sup>3</sup>)

**Řešení:**

Označme  $M$  množství tekutiny v litrech ve válci o poloměru  $r$  a výšce  $v$  (  $v$  cm). Platí obecný vzorec  $M = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot v}{1000}$ . V nádobě je  $M = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 30}{1000} = 6,75\pi$  litrů tekutiny.

Poloměr válce je  $r = \sqrt{\frac{1000M}{\pi \cdot (v/2)}}$ . Je tedy  $r = \sqrt{\frac{1000 \cdot 6,75 \cdot \pi}{\pi \cdot 15}} = 10 \sqrt{\frac{67,5}{15}} = 10\sqrt{4,5}$  cm.

Válec, v němž by tekutina sahala do výše 15 cm, by měl poloměr  $10\sqrt{4,5}$  cm.

5. Cena rýže byla snížena o 4 %. Poté byla cena rýže zvýšena o 8 %. O kolik procent se po těchto úpravách změnila původní cena rýže? Je koncová cena vyšší nebo nižší než cena původní?

**Řešení:**  $cn = c - 0,04c \Rightarrow cn = 0,96c, \quad cnn = cn + 0,08cn \Rightarrow cnn = 1,08cn,$   
koeficient změny je  $0,96 \cdot 1,08 = 1,0368 \Rightarrow cnn = 1,0368c$ .

Koncová cena je o 3,68 procenta vyšší než cena původní.