| **TU v Liberci** | **HOSPODÁŘSKÁ FAKULTA** |
|---|---|
| **Přijímací zkoušky z MATEMATIKY pro akademický rok 2007/2008** | **KMD FP** |

***Datum:*** ________________ ***Registrační číslo uchazeče*** | | | | | |

***Hodnocení***

| ***Příklad*** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | ***Celkem*** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Body*** | | | | | | |

*Varianta* **8**

**UPOZORNĚNÍ:** Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

## ZADÁNÍ:

**1.** Určete, pro která $z \in \mathbf{R}$ je daný výraz definován, a zjednodušte jej.

$$\left(\frac{z}{z+\frac{1}{2}}+\frac{-z}{z-\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\frac{z}{2}}{2z-1}+\frac{-\frac{1}{2}}{2z+1}\right)^{-1}$$

**2.** Určete průsečíky paraboly dané rovnicí $y = x^2 - 3x - 4$ s přímkou danou obecnou rovnicí $y = x + 1$ a označte je písmeny *A*, *B*. Stanovte střed úsečky *AB* a sestavte obecnou rovnici přímky, která je kolmá k úsečce *AB* a prochází jejím středem.

**3.** Součet prvních 16 členů aritmetické posloupnosti je 28, jedenáctý člen je 3. Určete první člen posloupnosti $a_1$ a diferenci $d$.

**4.** Cena služeb byla zvýšena o 15 %. O kolik procent by bylo nutné cenu dále upravit, aby dosáhla dvojnásobku ceny původní?

**5.** Určete v množině reálných čísel řešení dané rovnice s neznámou $x$.

$$\log(x+1)+\log(x+2)=\log(7-x)+\log 1 \qquad \text{(log značí dekadický logaritmus)}$$

**Řešení:**

**1.** Výraz je definován pro všechna $z \neq \frac{1}{2} \wedge z \neq \frac{-1}{2}$.

$$\left(\frac{z}{z+\frac{1}{2}}+\frac{-z}{z-\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{\frac{z}{2}}{2z-1}+\frac{-\frac{1}{2}}{2z+1}\right)^{-1} = \frac{-z}{z^2-\frac{1}{4}}\cdot\frac{4z^2-1}{z^2-\frac{z}{2}+\frac{1}{2}} = \frac{-8z}{2z^2-z+1}.$$

**2.** $x^2-3x-4 = x+1 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0 \Rightarrow x_1=-1, x_2=5 \Rightarrow y_1=0, y_2=6.$

Průsečíky paraboly a přímky: $A=[-1,0], B=[5,6]$. Střed úsečky $S=[2,3]$.

Směrový vektor přímky, procházející body A, B je $(1,1)$ a je roven normálovému vektoru přímky $p$ k ní kolmé. Obecná rovnice přímky $p$ je $x+y+c=0$.

Bod $S \in p \Rightarrow c=-5$ a $p: x+y-5=0$.

**3.**

Součet prvních 16 členů aritmetické posloupnosti: $16a_1 + d(1+15)\dfrac{15}{2} = 28 \Leftrightarrow 16a_1 + 120d = 28$,

11.člen posloupnosti $a_{11} = a_1 + 10d = 3$. Vyřešíme soustavu rovnic pro neznámé $a_1$ a $d$:

$$\begin{aligned} 16a_1 + 120d &= 28 \\ a_1 + 10d &= 3 \end{aligned} \quad \Rightarrow d = \frac{1}{2}, a_1 = -2.$$

**4.** Označme $c_0$ cenu původní, $c_1$ cenu po prvním zvýšení a $c_2$ cenu po další úpravě.

$c_1 = c_0 + 0{,}15c_0 = 1{,}15c_0$, $\quad c_2 = c_1 + xc_1 = (1+x)1{,}15c_0 = 2c_0$,

koeficient změny je $1{,}15(1+x) = 2$, $x = \dfrac{0{,}85}{1{,}15} = \dfrac{17}{23} \doteq 0{,}74$.

Cenu služeb $c_1$ by bylo nutno zvýšit o cca 74 %.

**5.** Rovnice má smysl pro $-1 < x < 7$.

$\log(x+1) + \log(x+2) = \log(7-x) + \log 1 \Leftrightarrow \log(x+1)(x+2) = \log(7-x)$

$(x+1)(x+2) = 7 - x \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$.

Řešení kvadratické rovnice $x_1 = 1, x_2 = -5$, přípustné řešení je pouze $x_1 = 1$.