

Datum: _____

Registrační číslo uchazeče

--	--	--	--	--

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	Celkem
Body						

Varianta 6

UPOZORNĚNÍ: Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

ZADÁNÍ:

1. Určete, pro která $x \in \mathbf{R}$ je daný výraz definován, a zjednodušte jej.

$$\left(\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x+1}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{4}{x} - \frac{-x}{x+1}\right)^{-1}$$

2. Určete obecnou rovnici přímky, která je určena středem kružnice $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ a bodem $A = [-3, -3]$.

3. Prvky posloupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou definovány rekurentně formulí $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 1$. Určete členy a_1, a_2 , víte-li, že $a_3 = 2, a_4 = -1$.

4. Cena 1 kWh elektrické energie vzrostla v 1. pololetí o 12 %. O kolik procent byla snížena nová cena ve 2. pololetí, víte-li, že se po snížení rovnala ceně původní?

5. Určete v množině reálných čísel řešení rovnice s neznámou x .

$$\log_2(4x-1) = -2\log_2(x-2) + \log_2(x^2-4)$$

Řešení:

1. Výraz je definován pro všechna $x \neq 0 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq -2$.

$$\left(\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x+1}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{4}{x} - \frac{-x}{x+1}\right)^{-1} = \frac{(x+2)(x+1)}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)^2}{x+2}$$

2. $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 2^2$;
Střed kružnice $S = [-2, -1]$. Přímka určená body A a S má parametrické vyjádření
 $X = A + t(S - A) : t.j. \quad x = -3 + t, \quad y = -3 + 2t, t \in \mathbf{R}$.

Obecná rovnice hledané přímky je $2x - y + 3 = 0$.

Směrový vektor přímky určené body A a S je $s = (1, 2)$, normálový vektor $n = (2, -1)$,
Obecná rovnice přímky je $2x - y + c = 0$.

Dosadíme souřadnice jednoho z bodů, např. S a určíme c : $c = y - 2x = 1 - (-2) = 3$.

3. $a_4 = 2a_3 - a_2 + 1 \Rightarrow a_2 = 2a_3 - a_4 + 1 = 6$; $a_3 = 2a_2 - a_1 + 1 \Rightarrow a_1 = 2a_2 - a_3 + 1 = 11$.
Je tedy $a_2 = 6, a_1 = 11$.

4. Označme C_P cenu původní, C_N cenu po zvýšení v 1. pololetí, C_S cenu po snížení ve 2. pololetí.

$$C_N = C_P + 0,12 \cdot C_P = 1,12C_P, \quad C_S = C_P = C_N + x \cdot C_N = (1+x)C_N.$$

$$\text{Koeficient změny je } 1,12 \cdot (1+x) = 1 \Rightarrow x \doteq 0,107.$$

Nová cena byla snížena o cca 10,7%.

5.

$\log_2(4x-1) = -2\log_2(x-2) + \log_2(x^2-4)$ má řešení pro $x > 2$.

Úpravou dostáváme: $4x-1 = \frac{x+2}{x-2} \Rightarrow 4x^2 - 10x = 0, x_1=0, x_2=2,5$; přípustné řešení $x_2 = 2,5$.