TU v Liberci	**HOSPODÁŘSKÁ FAKULTA**
Přijímací zkoušky z MATEMATIKY pro akademický rok 2007/2008	**KMD FP**

Datum: ________________ ***Registrační číslo uchazeče*** | | | | | |

Hodnocení

Příklad	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	***Celkem***
Body						

Varianta **4**

UPOZORNĚNÍ: Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

ZADÁNÍ:

1. Určete, pro která $z \in \mathbf{R}$ je daný výraz definován, a zjednodušte jej.

$$\left(\frac{-2}{z-2}-2\right)\cdot\left(\frac{1}{z-2}+z\right)^{-1}$$

2. Určete množinu všech $x \in \mathbf{R}$, která splňují nerovnice $1 \le |2x-3| < 7$.

3. Je dána geometrická posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$. Určete kvocient q a prvek a_1, víte-li, že:

$$a_4 = \frac{-3}{4} \quad \text{a} \quad a_7 = \frac{3}{32}.$$

4. Do kruhu o poloměru R je vepsán čtverec. Určete, v jakém poměru je strana a vepsaného čtverce ku poloměru kružnice, a vypočtěte, v jakém poměru je plocha čtverce ku ploše kruhu.

5. Určete v množině reálných čísel všechna řešení rovnice s neznámou x.

$$4^{2x+1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1} 2^{5x}$$

Řešení:

1. Výraz je definován pro všechna reálná $z \ne 1 \quad \wedge \quad z \ne 2$.

$$\left(\frac{-2}{z-2}-2\right)\cdot\left(\frac{1}{z-2}+z\right)^{-1} = \frac{-2(z-1)}{z-2}\cdot\left(\frac{1+z^2-2z}{z-2}\right)^{-1} = \frac{-2}{z-1}$$

2. 1) $|2x-3| < 7 \Leftrightarrow -7 < 2x-3 < 7 \Leftrightarrow -2 < x < 5;$

2) $1 \le |2x-3|$ $\quad a)$ pro $2x-3>0$ dostáváme $1 \le 2x-3 \Leftrightarrow x \ge 2$

$b)$ pro $2x-3<0$ dostáváme $-1 \ge 2x-3 \Leftrightarrow x \le 1$

Nerovnice $1 \le |2x-3| < 7$ jsou splněny v intervalech $(-2,1\rangle$ a $\langle 2,5)$.

3. $a_4 = a_1q^3 = \dfrac{-3}{4}, \quad a_7 = a_1q^6 \Rightarrow \quad \dfrac{a_7}{a_4} = q^3 = \dfrac{-1}{8} \Rightarrow \quad q = \dfrac{-1}{2}, \quad a_1 = \dfrac{-3/4}{-1/8} = 6.$

4.

Strana a čtverce vepsaného do kružnice o poloměru R je rovna $a{=}R\sqrt{2}$.

Poměr strany čtverce ku poloměru kružnice je $\dfrac{R\sqrt{2}}{R} = \sqrt{2} : 1$.

Poměr plochy čtverce ku ploše kruhu je $\dfrac{2R^2}{\pi R^2} = 2 : \pi$.

5. Rovnice má smysl pro všechna $x \in \mathbf{R}$.

$$4^{2x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-1} 2^{5x} \Leftrightarrow \quad 2^{2(2x+1)} 2^{-x} = 2^{-3\left(x^2-1\right)+5x} \Leftrightarrow 2^{3x+2} = 2^{-3x^2+3+5x} \Rightarrow 3x+2 = -3x^2+3+5x$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1, x_2 = -1/3.$$

Rovnice má dvě řešení $x_1 = 1, x_2 = -1/3$.