TU v Liberci **HOSPODÁŘSKÁ FAKULTA**

Přijímací zkoušky z MATEMATIKY pro akademický rok 2007/2008 **KMD FP**

Datum: ______________ ***Registrační číslo uchazeče*** | | | | | |

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	*Celkem*
Body						

Varianta 3

UPOZORNĚNÍ: Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

ZADÁNÍ:

1. Stanovte, pro která $a, b \in \mathbf{R}$ je daný výraz definován, a výraz zjednodušte.

$$\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}\right)$$

2. Určete $x \in \mathbf{R}$, která splňují rovnici $\dfrac{\log\left(x^2+5\right)}{\log(x+5)}=2$, kde $\log$ značí dekadický logaritmus.

3. Délky stran pravoúhlého trojúhelníku tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Obvod trojúhelníku je 96. Určete délky stran.

4. Napište obecnou rovnici přímky, která prochází bodem $A=[-3, 5]$ a průsečíkem přímek p: $x+2y-3=0$, q: $2x-3y+8=0$.

5. Určete počet všech sudých přirozených pěticiferných čísel, která lze sestavit z číslic 1, 3, 5, 6, 7, 8 a 9, jestliže se číslice v čísle nesmějí opakovat.

Řešení:

1. Výraz má smysl, pokud jsou splněny současně podmínky: $a \neq b \wedge a \neq -b \wedge a \neq 0 \wedge b \neq 0$.

$$\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}\right)=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}=\frac{4ab}{a^2b^2}=\frac{4}{ab}.$$

2. Podmínky pro existenci řešení: $x+5>0 \wedge x+5 \neq 1 \Rightarrow P=(-5,-4)\cup(-4,\infty)$,

$$\frac{\log\left(x^2+5\right)}{\log(x+5)}=2 \Leftrightarrow \log\left(x^2+5\right)=2\log(x+5) \Leftrightarrow \log\left(x^2+5\right)=\log(x+5)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+5=x^2+10x+25 \Leftrightarrow x=-2 .$$

3. Označme hledané členy $x-d,\ x,\ x+d \Rightarrow x-d+x+x+d=96 \Leftrightarrow x=32$,

dle Pythagorovy věty platí $(32-d)^2+32^2=(32+d)^2 \Leftrightarrow 4\cdot 32d=32^2 \Leftrightarrow d=8 \Rightarrow$

délky stran trojúhelníku jsou 24, 32 a 40.

4. Souřadnice průsečíku přímek p a q získáme řešením soustavy dvou rovnic o neznámých x a y: $x+2y-3=0$ a $2x-3y+8=0$, vyřešením soustavy dostaneme bod $B=[-1,2]$, směrový vektor hledané přímky $\boldsymbol{u} = B - A = (2, -3)$ $\Rightarrow$ hledaná rovnice přímky má tvar $-3x - 2y + c = 0$.

Protože bod A leží na hledané přímce, splňuje její rovnici, po dosazení souřadnic bodu A do rovnice hledané přímky obdržíme $c = 1$ $\Rightarrow$

rovnice hledané přímky: $3x + 2y - 1 = 0$.

5. Číslo sudé $\Rightarrow$ končí na číslici 6 nebo 8

$\Rightarrow 2V_4(6) = 2(6.5.4.3) = 2(120.3) = 2.360 = 720$ různých čísel.