

Datum: _____

Registrační číslo uchazeče

--	--	--	--	--

Hodnocení

Příklad	1	2	3	4	5	Celkem
Body						

Varianta 2

UPOZORNĚNÍ: Není dovoleno používat tabulky ani kalkulačky. U řešení každého příkladu musí být uveden postup.

ZADÁNÍ:

1. Stanovte, pro která $a \in \mathbf{R}$ má uvedený výraz smysl, a výraz zjednodušte.

$$\frac{\frac{a^2+4}{6a} + \frac{2}{a+2}}{\frac{2a}{3} - a} \cdot \left(\frac{2a}{3} - a \right)$$

2. Určete v intervalu $\langle \pi, 2\pi \rangle$ všechna řešení rovnice $\sin x \sin 2x - \sin x = \frac{1}{2} - \sin x \cos x$.

3. Je dána aritmetická posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$. Třetí člen je roven 15, sedmý člen je roven 41. Určete diferenci d , první člen a_1 a součet prvních čtyř členů této posloupnosti.

4. Určete souřadnice průsečíku X přímek r a s daných těmito rovnicemi.

$$r: -2x + y + 4 = 0, \quad s: 4x + 3y + 7 = 0.$$

Napište obecnou rovnici přímky q , která je kolmá k ose 1. a 3. kvadrantu a prochází bodem X .

5. Cena benzínu byla snížena o 5 %. Poté byla cena benzínu zvýšena o 6 %. O kolik procent se změnila původní cena benzínu? Je koncová cena vyšší nebo nižší než cena původní?

Řešení:

1. Výraz má smysl pro $a \neq 0 \wedge a \neq -2$.

$$\frac{\frac{a^2+4}{6a} + \frac{2}{a+2}}{\frac{2a}{3} - a} \cdot \left(\frac{2a}{3} - a \right) = \frac{a^2+4a+4}{\frac{6a}{a+2}} \cdot \frac{-3}{a} = \frac{-(a+2)}{2}$$

$$\sin x \sin 2x - \sin x = \frac{1}{2} - \sin x \cos x \Leftrightarrow \sin x (\sin 2x - 1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 2x$$

2. $\sin x (\sin 2x - 1) = -\frac{1}{2} (\sin 2x - 1) \Leftrightarrow (\sin x + \frac{1}{2})(\sin 2x - 1) = 0$,

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ pro } x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \quad \sin 2x = 1 \text{ pro } x = 5\pi/4 \quad \text{v intervalu } \langle \pi, 2\pi \rangle.$$

Všetchna řešení v intervalu $\langle \pi, 2\pi \rangle$ jsou $x = 7\pi/6, 11\pi/6, 5\pi/4$.

3. $a_3 = a_1 + 2d, a_7 = a_1 + 6d$, tedy $a_1 + 2d = 15, a_1 + 6d = 41 \Leftrightarrow a_1 = 2, d = 13/2, s_4 = 47$.

4.

Průsečík přímek r a s je bod $X = [1/2, -3]$. Přímka kolmá k ose 1. a 3. kv. má rovnici $x + y + c = 0$.
Určíme c : $1/2 - 3 + c = 0 \Rightarrow c = 5/2$. Přímka q : $x + y + 5/2 = 0$.

5. C_p značí cenu původní, C_s cenu po snížení, C_z cenu po zvýšení.

$C_s = C_p - 0,05C_p = 0,95C_p$, $C_z = C_s + 0,06C_s = 1,06C_s$, koeficient změny je $0,95 \cdot 1,06 = 1,007$.

Původní cena se po dvou úpravách zvýšila o 0,7 procenta.

