



2. 3 rozdily mezi Dijkstrou a Johnsonovym algoritmem >> viz skripta

3. mate uplny graf, vezmete z nej 2 nesousedni hrany, kolika zpusoby je vznikly izomorfni sam na sebe? >> nevim, naky vzorecek

4. jaky je maximalni a minimalni prumer stromu o n uzlech

5. graf o 12 uzlech a 9 hranach, jaky ma minimalni a maximalni pocet komponent

6. pri pruchodu grafem jsme nasly vsechny 4 typy hran - co muzeme rict o grafu?

a) je souvisly - nevime b) je silne souvisly - nevime c) je acyklicky - neni

7. vemte uplny graf  $K_5$  a udelejte sjednoceni jeho dvou ruznych koster - je mozne, aby vznikly graf byl neplanarni? >> neni, protoze aby byl neplanarni, musel by podgraf byt homeomorfni s  $K_5$  nebo  $K_{3,3}$ , coz ty dve kostry nejsou...

to same udelat i pro  $K_{3,3}$

a jeste jedna:

necht  $T_1$  a  $T_2$  jsou stromy vznikle prohledavanim do hloubky a sirky uplneho bipartitniho grafu  $(n,n)$ , co muzeme rict o jejich hloubkach >> do sirky je hloubka vzdy rovna 2, do hloubky je hloubka rovna  $k-1$ , kde  $k$  je pocet uzlu

Druha cast:

mate orientovany graf bez cyklu, napiste algoritmus, který zjistí pocet vsech ruznych cest v grafu

navod: zkuste zjistit, kolik cest konci v tom kterem uzlu

- pokud nekoho zajima reseni, tak at mi napise, tedka sem mi to sem nechce rozepisovat

mate dany neorientovany strom a pocet jeho vnitrnich uzlu " $k$ " a dale posloupnost jednotlivych stupnu techto uzlu

- spocitejte, kolik ma takovy graf listu

- spocitejte minimalni a maximalni polomer toho grafu

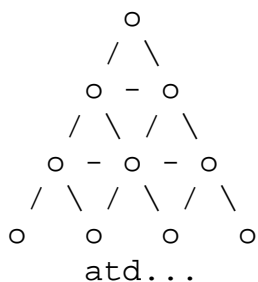
a este neco spocitejte, to uz nevim

posledni priklad byla dana regularni gramatika, sestrojte konecny determ. automat, který prijima retezec generovany jazykem ty gramatiky - klasika z JPR, kdo je nemel, tak good luck :-))

70% zkousky jsou stranky 20-70 ve skriptech, ty se nesmi podcenit..

/\*\*\*\*\*

Máte graf (viz. reporty)



Některé tyto trojúhelníky jsou bílé a některé černé. Najít největší bílé metodami dynamického programování.

/\*\*\*\*\*/

Rozstřel byl na 23 bodů - min 11,5 (za 10,5 - pokud byl dobrý výsledek ze cvik)

- byly otázky za 2 body, 3 body a 4 body

1. Která funkce roste asymptoticky rychleji a zdůvodnit.

$$g(n) = n^2 / \ln(n), \quad f(n) = n \cdot \ln(n)$$

a)  $f(n)$     b)  $g(n)$     c) obě rostou stejně rychle

Správná odpověď: a)

2. Definujte Jazyk, který přijímá konečný automat.

Správně: Nemusela tam být definice ze skript. Na plný počet (3 body) stačilo svými slovy, ale správně.

3, 4. Něco s biparitním grafem. A jeho počtem hran a izomorfizmem sama na sebe. Nepamatuju si. Ale je dobrý vědět, co je to biparitní graf :)

5. Něco ve smyslu, jak bude vypadat graf s  $n$  hranami, kteréj má  $n$  různých koster?

Velmi volná a nepřesná citace

S výjimkou nějaké jedné definice (ten jazyk) je to vše z latky od strany 13 do strany cca 90 ve skriptech. Doporučuju velmi dobře projít definice různých pojmů (včetně jejich úskalí) a propočítat příklady u těchto kapitol. Chce to znát pár pojmů a nedělat to na zkoušce skoro poprvé, pak nedopadnete jako já.

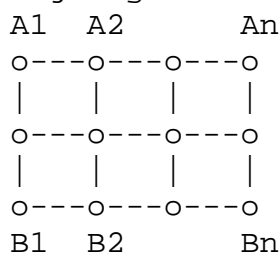
2. část (tu jsem si opsal :))

1. Navrhnete efektivní algoritmus, který pro neorientovaný graf zadáný spojovou reprezentací zjistí, zda je biparitní, tj. má chromatické číslo 2. Určete asympt. složitost vašeho algoritmu. Neměla by být příliš horší než  $O(|U| + |H|)$ .

Navod: Inspirujte se algoritmy systematického procházení grafem.

8b

2. Mějme graf ve tvaru mřížky:



a) Určete hodnoty  $h(G)$ ,  $m_i(G)$ ,  $\alpha(G)$ ,  $\beta(G)$ ,  $X(G)$

b) Určete vzdálenosti  $(A_i, B_j)$  pro vs.  $i, j$

c) Kolik různých minimalních cest existuje mezi uzly  $A_i, B_i$ ?

Inspirujte se vztahem:

$$\text{SUMA [k od 1 do n] (k)} = n(n+1)/2$$

$$0,5+0,5+2+3+1+1+2b$$

3. Urcete max  $s \rightarrow t$  tok v nasledujici siti se stanovenou dolni mezi toku u nekterych hran (dvojice dolni mez/kapacita).  
Reste tak, aby byl videt postup reseni.

Byl tam graf s 13 uzly. 1 zdroj, 1 spotrebic. U dvou hran bylo i dolni omezeni.  
9bodů

Druhou cast snad vzdycky nejak date dohromady, ale rozstrel je krize.  
Z cca 50 lidi dnes proslo rozstrelem 17. Takze asi takhle.

/\*\*\*\*\*

Jenom doplneni (to co si pamatuju ja).

1. Pro jaka  $n \geq 1$  se da udelat pravidelny strom stupne 4, kde  $n$  je pocet listu?[2b]

$n=4^k$ , kde  $k$  je prirodzene.

2. Mame nesouvisly NG o 12 uzlech, 3 komponentach a chromaticke cislo je 2. Jaky je max. pocet hran v tomto grafu?[myslim, ze 2b]

Myslim, ze 25.

3. Mame orientovany graf o  $k$  komponentach. Pokud pridame jednu hranu, co muzeme rict o  $k$  ve vyslednem grafu?[3b]

Budto se nic nestane (oba dva uzly v jedne komponente) a nebo bude pocet komponent 1.. $k$ .

4. Kolik je izomorfismu u grafu  $K_{n,n}$  sam na sebe?[4b]

Myslim, ze  $2^{*(n!)^2}$

5. Mame NG o dvaceti uzlech,  $T(G)=10$ . Je mozne v tomto grafu najit (uzavrenou, otevrenou) cestu? [myslim, ze 3b]

Ano, i to je mozne:)

/\*\*\*\*\*

Přesné zadání rozstřelu:

- 1) Pro ktera prirodzena  $n$  ( $n \geq 1$ ) je mozne sestrojiti prav. orient. koren. strom stupne 4, ktery ma presne  $n$  listu:

- a) pro vsechna  $n$   
b) jen pro vhodna  $n$  (ktera)  
c) pro zadne

2 body

--

- 2) Jaky max. pocet hran muze mit nesouvisly neorientovany graf o 12 uzlech a 3 komponentach, ktery ma chromaticke cislo rovne 2?

2 body

Jde se na to pres bipartitni graf...bohuzel jsem fakt tou dobou nevedel, co to je

--

- 3) Kolika ruznymi způsoby lze uplny bipartitni graf  $K_{n,n}$  zobrazit izomorfne na sebe?

4 body

Ehm zase bipartitni graf

--

- 4) Pro ktera  $n$  ( $n \geq 2$ ) je mozne uplny bipartitni graf  $K_{n,n}$  pokryt jedinym (uzavrenym nebo otevrenym) tahem?

- a) pro kazde  $n$   
b) pro zadne  $n$

c) pro nektera  $n$  (ktera)

3 body

A bipartitak tu je potreti...bomba, ne? :(

--

5) Ktera z funkci  $f(n)=n^2/\ln(n)$  a  $g(n)=n*\ln(n)$  roste asymptoticky rychleji?

a)  $f(n)$

b)  $g(n)$

c) obe stejne rychle

2 body

--

6) Neorientovany souvisly graf  $G$  ma 20 uzlu a polomer  $T(G)=10$ . Muze v grafu  $G$  exist. (otevrena) cesta delky 15?

a) ano

b) ne

2 body

--

7) Jak bude vypadat souvisly neorientovany graf s  $n$  ( $n \geq 3$ ) hranami, ktery ma  $n$  ruznych koster?

2 body

--

8) Jak je definovan jazyk  $L(M)$  prijimany deterministickym konecnym automatem  $M=\langle Q,A,\delta,s,F \rangle$ ?

3 body

tady chtel vzorec ze skript nebo slovni popis svymi slovy - definici ve skriptech nehledejte - neni tam

--

9) Necht  $G$  je orient. graf, ktery ma  $k$  silnych komponent. Ke grafu  $G$  pridame novou orient. hranu mezi jeho stavajicimi dvema uzly. Urcete mozny pocet silnych komponent vznikleho grafu ve vztahu k cislu  $k$

3 body

-----

rozstrel je sajgon - hlidaj a ani nema clovek sancu nahlednout k sousedovi

druhou pulku uz naopak nehlidaj vubec a menili jsme si papiry

/\*\*\*\*\*/

Rozstrel asi na hodinu, bylo tam urcite:

1. Symetricka diference 2 stromu (ne nutne disjunktnich) je strom

1) vzdy

2) nikdy

3) nekdy

2. Kolik je max pocet hran v  $NG$  o  $n$  uzlech, aby libov. orientace dala acyklicky graf ?

- nevim uz, jestli to je presny, opravte nekdo

3. Nakresli faktory  $K_5$  neobsahujici kruznici a majici 3 nebo 4 hrany a vyznac

homeomorfni mnoziny

4. Definice toku v siti

5. Slozitos DFS pouzivajici matici  $A$

6. Mame  $2n$  uzlu, vytvor hrany spojujici uzly  $i$  a  $n+i$  pro  $i=1,2,\dots,n$ , kolika zpusoby lze graf isomorfne zobrazit na sebe ?

7.  $h_1$  je hloubka DFS stromu grafu  $G$ ,  $h_2$  hloubka BFS stromu grafu  $G$ ,  
plati :

1)  $h_1 \leq h_2$

2)  $h_2 \leq h_1$

3) nikdy tak, nikdy tak

4) a snad jeste jedna varianta.

celkem asi 9 otazek, minimum 11b

Velka pisemka

Byla na ni asi hodina a ctvrt

1. Najit algoritmus, jak pro dany soubor stupnu uzlu  $d_1 \leq d_2 \leq d_3 \dots$   
vytvorit strom.

$$\sum d_i = 2n - 2$$

Navod - dukaz k vete tusim 3.46 ta o polomeru a prumeru stromu a  
odlupovani listu ze stromu

2. Proc matice  $V^{*i}$  pro  $K_n$  obsahuje na hlavni diagonale stejna cisla  
 $d_i$  a mimo ni stejna cisla  $a_i$  ?

Urcete pocy sledu delky  $i$  - odvodit rekurzivni vztah pro  $a_i$   $d_i$  a pak  
to nak vyjadrit ci co

3. Sestroj determinist. automat prijimajici jazyk NEOBSAHUJICI  
podretezec 0101

a napsat jeho regularni gramatiku.

Navod - nejprv vytvor automat, který 0101 prijima

/\*\*\*\*\*/  
rozstrel kolar casove zmenil z 30 na 45 min coz je velmi rozumne  
a taky snizil hranici opet na 11b ale s tim bych moc nepocital jako s  
pravidlem  
tenhle rozstrel byl hodne podobnej jako minulej (viz. minuly reporty)

ujasnete si co to je symetricka difference!

a taky izomorfismus - dneska tam zas nakej hustej byl a jak to resit  
netusim

(minule byl ten uplnej  $K_5$  bez 1 hrany a izom sam na sebe)

-symetricka difference by mel byt soucet - prunik (vlastne XOR)

-strom BFS je maximalne tak hlubokej jako DFS

-vic uz si asi nevzpomenu a todle taky uplne nezarucuju...

v pisemce byl opet automat a gramatika

/\*\*\*\*\*/  
rozstrel Kolar nak neodhad :-(( nebo sme tam byli sami volove  
nazval to ze to bylo jak u WATERLOO rozstrel byl na 25 bodu a pres  
polovinu (12,5) se dostalo tak 5 lidi z nakech 30 co nas tam bylo.  
Rozstrel:

1.  $K_1$  a  $K_2$  jsou 2 kruznice. Graf vznikly jako symetricka difference  $K_1 +$   
 $K_2$  bude obsahovat kruznici:

a) vzdy

b) nikdy

c) nikdy

u vseho zduvodneni

2. Neorientovany graf souvisly. Orientujte aby vznikl silne souvisly  
orientovany takovy ze kdyz si pak vzpomenu a 1 hranu otocim tak bude  
furt silne orient. Nakreslit a aby byl co nejmensi!

3. Z úplného grafu  $K_n$  vypustíme 1 hranu. Kolika způsoby izomorfní sam na sebe.

4. Představ si strom prohledávání do šířky.  $H$  je hloubka stromu.  $T$  je průměr grafu z kterého jsme udělali ten strom.

a)  $h \leq t$

b)  $h \geq t$

c) různé

u všeho zduvodnění

5. náka silnost s biparitním ohodnoceným grafem o  $n$  uzlech a hledám jeho minimální kostru...

6. něco jako ....

mám automat bez smyček...

co můžete říct o generovaném jazyku...??

7. popis rozdílů mezi Dijskrou a Heuristickým hledáním

8. složitost prohledávání do šířky z matice sousednosti  $V$

9. všechny neizomorfní stromy s 5 a 6 uzly a rozdelit do homeomorfních skupin

/\*\*\*\*\*/

Rozstrel už tu byl, tak jste druhá část :)

1) Dokážte že NG je souvislý právě tehdy, pokud pro libovolný rozklad jeho množiny uzlů do dvou tříd  $\{U_1, U_2\}$  existuje hrana  $(u,v)$ ,  $u \in U_1$ ,  $v \in U_2$ .

Navod: Důkaz buď mít 2 části: souvislost  $\Rightarrow$  lib. rozklad má požadovanou vlastnost a rozklad má vlastnost  $\Rightarrow$  souvislost. obojí lze řídit sporem.

8 bodů

2) Graf  $G_n$  je zadán jako trojúhelníková síť, která má délku strany právě  $n$  ( $n \geq 1$ ) hran.

Urcete: hodnotu a cyklotmatické číslo, chromatické číslo, poloměr a průměr.

délku nejdelší otevřené cesty a nejdelšího uzavřeného tahu.

9 bodů

3) Pro následující regulární gramatiku sestrojte konečný deterministický automat přijímající tuto gramatiku.

$G = \langle \{0,1\}, \{S,A,B,C\}, P, S \rangle$

P:

$S \rightarrow 0A \quad A \rightarrow 0C \quad B \rightarrow 0C$

$S \rightarrow 0B \quad A \rightarrow 1C \quad B \rightarrow 1A$

$C \rightarrow 1B \quad A \rightarrow 1$

Rozstrel byl co se úspěšnosti týče fakt Waterloo, ale osobně mi to tak těžky nepřišlo. Kdo postoupil do finále, tak měl vyhráno, většina to pak už udělala.

/\*\*\*\*\*/

7) nakreslit všechny izomorfizmy NG s 3 uzly a 3-mi hranami,

2) kolik min. uzlů má NG o  $k$  komponentách a  $n$  uzlů.

4) jestli sjednocení dvou stromů, které mají spol. 2 uzly a možná nějakou hranu je strom  $(a,b,c)$

pak ještě další 4. Bylo to tam pořádkem o počtu hran, uzlů a komponent.

2. část přesně jedno z předchozích zadání (stromová síť, hyperkrychle a BFS)

/\*\*\*\*\*/

1) Síť  $S = \langle T_n, q, s, \{t_1, t_2, \dots, t_k\} \rangle$  má tvar koreňového stromu  $TN$  jehož koreň  $s$  je zdrojem sítě a každý z listů  $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$  je možným spotřebičem.

a) Navrhnete efektivni algoritmus pro nalezeni spotřebice  $t$  s největší hodnotou maximalního toku  $s \rightarrow t$  mezi všemi listy  
b) Navrhnete algoritmus pro určení takové minimální úpravy kapacit hran této sítě takové, aby do každého listu  $t$  bylo možné dopravit max. tok stanovený v a) (nebo tak nějak)  
pro oba algoritmy složitost a navrhnout reprezentaci.  
4+4+2 bodů

2) Necht  $H_n$  je  $n$ -rozměrná hyperkrychle, tj. graf obsahující  $2^n$  uzlů označených každým jednou  $n$ -bitovou kombinací  
00...00, 00...01, 00...10, ..., 11...11  
Hranou jsou spojeny ty dvojice uzlů jejichž bitové kombinace se liší pouze v jediném bitu

a) pro graf  $H_n$  určete stupně uzlů a celkový počet hran grafu  
b) určete, kolika různými isomorfismy lze  $n$ -bitová krychle zobrazit sama na sebe  
c) určete vzdálenost a počet různých nejkratších cest mezi uzly  $a_1..a_n$  a  $b_1..b_n$  jejichž bitové kombinace se liší v  $k$  bitech  
3+3+3 bodů

3) Určete strom prohledávání grafu do hloubky (DFS strom). Předpokládejte abecední seznam sousedů. Zjistete, zda je výstupní strom shodný s minimální kostrou grafu  
k tomu byl zadán graf asi o 15 uzlech, bylo to docela jednoduché projít to do hloubky, na min. kostru jsem použil Borůvku a vyslo, že nejsou stejné..  
4+5 bodů

/\*\*\*\*\*/

1. část klasické rozstřel a navíc otázky:  
a) 2 stromy hranově disjunktivní společně mají 3 uzly. Da se jednoznačně určit  
cyklotmatické číslo jejich sjednocení ???  
b) graf  $G$  a z něj vytvoříme podgrafy indukované množinami uzlů  $U_1$  a  $U_2$ .  
Je sjednocení těchto podgrafů stejné jako graf indukovaný množinou uzlů  
 $U_1 \cup U_2$  ???

2. část byly tři příklady:

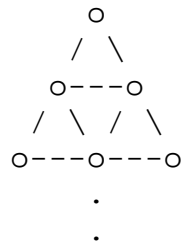
a) dokázat, že platí: graf je souvislý právě tehdy, když každý rozklad uzlů  
na množiny  $U_1$  a  $U_2$  má vlastnost, že aspoň mezi jednou dvojicí uzlů  $u_1 \in U_1$   
a  $u_2 \in U_2$  existuje hrana ... nebo tak nějak ..:-)  
Napověď: ukážete  $\Rightarrow$  i  $\Leftarrow$  a oboje děle sporem

b) automat zadané gramatikou a převést na DETERMINISTICKÝ automat, cíli  
nejprve na nedeterministické (jak je to ve skriptech) a pak z něj na deterministické (také ve skriptech)

c) byl zadán graf a mělo se určit např. hodnota a cyklotmatické číslo,  
poloměr a průměr, chromatické číslo, nejdelší cesta otevřená, nejdelší



uzavrenej tah a jeste mozna neco uz nevim :- ( ten graf vypadal takhle :



. . . . . a tak furt dal celkem tech hran ve strane je n

a to je vse pratele :- ) na ustni teprve du tak to snad vyjde ...  
/\*\*\*\*\*  
/2002\*\*\*\*\*JENOM 2. CAST\*\*\*\*\*2002\*\*\*\*\*JENOM 2. CAST\*\*\*\*\*2002/  
/\*\*\*\*\*

1.dokaz ze neorientovany graf je souvisly \*prave tehdy kdyz\* pro libovolny rozklad uzlu do dvou mnozin (U1 a U2) plati, ze existuje alepon jedna hrana (u,v),kde u je v U1 a v je v U2

Navod: provest sporem,chtel tam a zpatky

2.sit slozena z trojuhleniku o strane n-hran (trojuhlenik rozsekany na 4 trojuhelnicky a takle furt dokola)

- a)hodnost a cyklomaticke cislo
- b)barevnost
- c)polomer,prumer
- d)maximalni vzdalenost...?

3.Byla zadana gramatika,kterou bylo potreba prevest na deterministuicky

automat - tzn. prevest na nedeterministicky dle skript na str. 179 a pak tento

automat prevest na deterministicky

/\*\*\*\*\*

1. Algoritmus pro zjisteni nejkratsi kruznice (mysleno nejmene hran) se w zapornou delkou. Napoveda bylo pouzit algoritmus 7.3 a 7.4 ze skript.

2. Byl dan graf. V podtate kdyz si nakreslite matici m\*n a tam kde se krizi

hrany date uzly tak to je on. Napsat hodnost grafu dominanci nezavislost

cyklomaticke cislo, chromatisnost. V zavislosti na m a n.

3. Pomoci pojmu pouzivanych u grafu charkaterizujte nedeterministicky automat

ktery:

- a) prijima prazdny jazyk
- b) prijima nejake slova delky n
- c) neprijima slova kratssi nez n
- d) prijima nekonecne dlouha slova

/\*\*\*\*\*

1) úloha 4.4-4 ze skripta (nápo věda: inspirujte se hledáním do hloubky)

2) máme úplný graf  $K_n$  o n uzlech

- a) dokažte, že po libovolné orientaci hran tohoto grafu ve výsledném grafu existuje kořenová kostra
- b) dokažte, že po odebrání hrany z původního grafu je možné provést takovou orientaci hran, že už nebude kořenová kostra existovat
- c) je možné graf  $K_n$  pokrýt jedním tahem?

3) vymyslete co nejvíce nutných (obecných) podmínek pro izomorfismus grafu. Byly tam 4 grafy, an základě těch podmínek se mělo ukázat, že nejsou izomorfní.

/\*\*\*\*\*/

1. Navrhnete efektivní algoritmus, který zjistí celkový počet všech různých orientovaných cest v orientovaném acyklickém grafu. Navod Zkuste pro každý uzel určit počet orientovaných cest končících v daném uzlu. Kolik orientovaných cest začíná v uzlu, který je v topologickém uspořádání první?

7+3 body

2. Mejm orientovaný graf  $G$ , který má  $m$  obyčejných komponent a  $n$  silných komponent.

a) Jaký je vztah mezi  $m$  a  $n$  ( $m < n$ )

b) Jaký může být maximální počet orientovaných hran v koncezaci tohoto grafu?

c) Jaký je minimální možný počet hran, je-li počet uzlu roven  $k$  ( $k < n$ )  
Poznámka (b) a (c) vyjadrete pomocí  $m, n, k$ .

1+4+4 body

3) Určete maximální tok v síti a naleznete nejtenčí rez. (rez s minimální kapacitou).

Reste tak, aby byl videt postup řešení.

nasleduje celkem velkej graf, 13 uzlu, 16 hran, nebudu ho sem kreslit, (Planární, obyčejný, přehledný, jeden zdroj a jeden spotřebič, bez omezených uzlu.).

6+2 body

/\*\*\*\*\*/

a) Rozstrel(2002 ----- ?????????? ---- 2002) - 35 min, 26 b.

2b:

1. Která z funkcí  $f(n) = n^{\sqrt{n}}$ ,  $g(n) = (\sqrt{n})^n$  roste asymptoticky rychleji ?

2. Necht  $S$  a  $S'$  jsou 2 různé tahy z uzlu  $u$  do uzlu  $v$ ,  $u < v$ . Bude jejich sjednocení vždy obsahovat nějakou kružnici ?

3. Dokazte, že přidáním hrany mezi libovolnými 2 uzly souvislého grafu vznikne alespoň 1 kružnice. Pro jaké grafy vznikne právě jedna kružnice ?

4. Charakterizujte graf, který zbude po odebrání všech silných komponent z orientovaného grafu.

5. Určete všechny neizomorfní neorientované stromy se 3 hranami a všechny

neizomorfní uspořádané korenové stromy se 3 hranami.

6. Uvedte alespoň 2 hlavní rozdíly mezi Dijkstrovým a Bellman-Fordovým algoritmem (neuvadejte popis algoritmu)

7. Jak se změní počet silných komponent OG, přidáme-li do něj jednu hranu ?

3b:

1. Necht  $G = \langle H, U, \rho \rangle$  je NG s  $m$  hranami a  $n$  uzly, který má několik uzlu stupně  $r$  a ostatní uzly mají stupeň  $r+1$ . Určete počet uzlu stupně  $r$  pomocí hodnot  $m, n, r$ .

2. OG je zadán maticí sousednosti. Určete bez nakreslení grafu, kolik různých orientovaných spojení deklky 3 je mezi všemi jeho dvojicemi uzlu a zda je silně souvislý. Popište svůj postup.

| 0 1 1 0 0 |

$$V = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Naleznete nejmenší graf, jehož žádná minimální dominující podmnožina uzlu není nezávislá. Lze najít maximální nezávislou množinu uzlu, která není dominující ?

4. Kolik neorientovaných cest délky alespoň 2 obsahuje úplný pravidelný strom stupně 3 a hloubky 3 ?

b) Příklady - 90 min

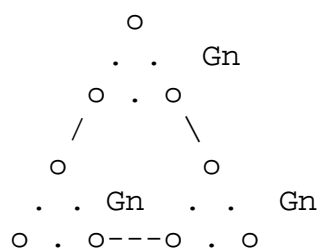
1. (příklad 3.2-16 ze skript) ... 10 b.

2. Určete hodnotu, cyklotatické číslo, nezávislost, dominanci a chromatické číslo grafu  $G_n$  pro obecné  $n$ . Nelze-li nějakou hodnotu určit přesně, stačí stanovit koeficient u nejdůležitějšího členu, který určuje rádku růstu pro  $n \rightarrow \infty$ . (nekonečno) ... 9 b.

$G_0$  = jeden izolovaný uzel

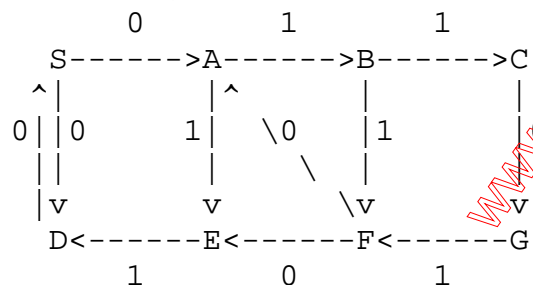
$G_1$  =  $K_3$  (trojúhelník)

$G_{n+1}$  se získá takto:



3. Převeďte zadaný nedeterministický konečný automat na ekvivalentní deterministický automat. ... 7 b.

Počátek je v uzlu S, koncové stavy jsou C, E



/\*\*\*\*\*

30 minut rozstrel - podobné otázky (někdy stejné) jako jsou na skola.sh.cvut.cz

1) Obecný orientovaný graf  $G$  je dán maticí sousednosti  $V$ , najdete algoritmus se složitostí  $O(|U|)$ , kterým zjistíte, obsahuje-li  $G$  tzv. STOK.

STOK = uzel, ze kterého nevychází žádná hrana (výstupní stupeň 0) a do kterého vedou hrany ze všech uzlu (vstupní stupeň  $|U|-1$ )

Závisí složitost vašeho algoritmu na maticové reprezentaci grafu?

- v podstatě jde o to, jestli v tom grafu existuje uzel, který má nulový řádek a jedničkový sloupec (kromě prvku na diagonále), jediný co mě napadlo, že není třeba testovat všechny řádky a sloupce, pokud totiž např. 1. řádek má 5 nul na prvních pěti pozicích, nemusíte mít 2.-5. uzel jedničkový sloupec a stačí kontrolovat ten sestě - ale jestli tohle má ve všech případech lineární složitost...

2)  $T$  je neorientovaný strom

a) má  $K$  vnitřních uzlu se stupni  $N_1, N_2, \dots, N_k$  a  $M$  hran, určete počet listů

b) ma  $K$  vnitřních uzlů a  $L$  listů, omezte zhora i zdola jeho poloměr  $r$  (za pomoci  $K$  a  $L$ )

3) byl zadán orientovaný graf... (obrázky), měli jsme pomocí prohlédávání do hloubky najít topologické uspořádání uzlů (pokud existuje) a pak ještě libovolně zvolit další 2 jiné topolog. uspořádání uzlů

```
/*  
/*
```

MIKSICEK: snad vám to pomůže, já si z 2. kola odnes jen to zadání.

1. nalezněte efektivní postup pro libovolnou posloupnost přirozených čísel  $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$  pro kterou platí  $1 \leq d_i$  a  $\sum d_i = 2n - 2$  sestrojte neorient. strom pro který tato posloupnost představuje soubor stupňů.

help: dle ořezání listů stromu dle důkazu věty 3.24

9 bodů

2)  $F$  je matice sousednosti úplného  $NG$  o  $n$  uzlech  $K_n$ .

zůvodněte proč jsou v  $i$ -té mocnině  $F^i$  matice  $F$  všechny prvky v diagonále a všechny prvky mimo diagonálu stejné ( $d_i, a_i$ )

pomocí matice určete počet ruyných sledů délky  $i$  mezi libovolnou dvojicí krajních uzlů v grafu  $K_n$ .

help: odvoďte rekurentní vztahy pro  $d_i$  a  $a_i$  a jejich vyřešením dostanete hodnoty  $d_i$  a  $a_i$  v uzavřeném tvaru)

9 bodů

3) sestrojte nedeterministický konečný automat který přijímá pouze slova nad abecedou  $0,1$  která neobsahují žádný výskyt řetězce  $0101$ .

Vytvořte regulární gramatiku generující jazyk takto předepsaný

help: začněte vytvořením automatu přijímající pouze slova obsahující podřetěz  $0101$

9 bodů

www.euroinform.sk