T I - výsledky příkladů z první části písemky

1) $f(n) = n^2 \lg n$, $f(n) = n^2 \sqrt{n}$, atd.

2) neznamená, $g_1(n)$ a $g_2(n)$ jen rostou řádově alespoň tak rychle jako $f(n)$.

3) je to možné, např. pro n a $2n$.

4) je to $g(n) = (\sqrt{n})^n$ a určí se to např. srovnáním logaritmů.

5) sporem: stupně jsou $0,1,2, \ldots n-1$, ale nemůže být současně stupeň 0 i $n-1$

6) dva různé faktory téhož grafu se liší svými množinami hran.

7) obecně to neplatí, pro grafy bez izol. uzlů např. pouze pokud G_1 a G_2 nemají společné hrany.

8) viz definice

9) min: 1 / 2 / 3 , max = min(/U/, /H/)

10) nezaručuje

11) viz def., nemohou

12) nemohou

13) viz definice

14) viz definice

15) je to možné, viz např. uzavřený tah pokrývající K_5

16) grafy nejsou izomorfní, ale jsou homeomorfní

17) může, např. pro graf s izolovanými uzly a $A=U$

18) není to možné 1+1+1+2+2+3+4+4+5 není sudé

19) není to možné, součet je 14 a tedy /H/=7, ale potřebujeme aspoň 8 hran na souvislost

20) není to možné, např. nemá-li sudý součet

21) $\sum \mathbf{V}^i$ neobsahuje nuly, resp. h(**A**) je aspoň /U/-1

22) nemohou - přes něj by se propojily

23) mohou - hrana vede z jedné do druhé a naopak se nejde dostat

24) OG tvořený jediným izolovaným uzlem

25) 2 ** /H/ způsoby

26) obecně nebude, jen když výchozí graf byl obzčejně souvislý, viz věta 2.26 b)

27) Je to $K_{5,5}$, takže 5 x 5 = 25 hran

www.euroekonom.sk

28) acyklický graf

29) pro každý uzel je $\Gamma^*(u)=U$

30) očíslujeme uzly a hrany orientujeme vždy od menšího čísla k většímu

31) V : nulujeme vše pod diagonálou, A : dolní 1 ve všech sloupcích změníme na -1

32) $\omega(G) \leq \chi(G)$

33) r(G) = 2, T(G) = 3

34) a) každá silná komponenta je tvořena jediným uzlem b) jeho kondenzace je on sám

35) a) je celý tvořen jedinou silnou komponentou b) jeho kondenzace je jediný uzel

36) Pro V: z každé dvojice nenulových symetricky umístěných prvků zůstane pouze jeden (pro obyč. grafy), resp. pro A: jedna 1 v každém sloupci se změní na -1

37) je to obrácené pořadí proti postorder průchodu

38) a) G_1 : A, B, D, C, E, F G_2 : A, B, C, D, E, F b) G_1 : A, B, C, E, D, F G_2 : A, B, C, D, F, E

39) G_1 : {B,D}, {C,D,F}, {A,C,E}, G_2 : {C,F}, {B,E,F}, {A,D,E}, atd.

40) není to možné - když nebude souvislý (souvislost je ovšem nutná a postačující podmínka)

41) v každém řádku je stejný počet jedniček jako minus-jedniček

42) rozložíme NG do uzavřených tahů (jeden na komponentu), a ty orientujeme podle pořadí hran tahu

43) /H/ - /U/ + 1 (šikovně zvolených)

44) *2* (cesta), *n-1* (hvězda) - akceptuji i výsledek 1 a *n-1*, když to chápou jako kořenový strom

45) nemůže, druhá kostra obsahuje al. jednu tětivu té první, takže vznikne faktor obsahující kružnici

46) nelze, žádný strom nemůže obsahovat podgraf homeomorfní s $K_{3,3}$ nebo K_5 neboť nemá kružnice

47) hvězdice, navíc na obvodě jsou dva uzly spojeny

48) hvězdice obsahující K_4

49) viz definice, O(/U/^{3})

www.euroekonom.sk

50) aplikovatelnost : nezáporné **x** libovolné ohodnocení hran, složitost : O(/H/.lg/U/) **x** O(/H/./U/)

51) pro řídké grafy

52) obecně se liší

53) hladové dovolí jít shora dolů lokálním optimem, které zaručí globální optimum, dynamické musí vyřešit podúlohy, a pak určit optimum - dělá se to vhodným uspořádáním výpočtu zdola nahoru

54) viz definice

55) viz definice

56) viz definice

57) viz definice

58) gradientní algoritmus, paprskové prohledávání, A*, IDA*, SOH

59) strom

60) orientovaná cesta, hvězdice (vše ven nebo dovnitř), k uzlů → 1 uzel → (n-k-1) uzlů (nebo ← ←)

61) může zůstat stejný nebo lib. klesnout (až na 1)

62) vybere se Borůvkovým-Kruskalovým algoritmem jako první

63) k *T* přidáme tu z nových hran, která má minimální ohodnocení

64) $7 \leq /H/ \leq 28$ (3 stromy pro min, K1 + K1 + K8 pro max)

65) chyták : je to *2.(n-1)* pro všechny stromy

66) bude to liché číslo - počet listů prav. stromu stupně 3

---

67) 1, 2 ** $\binom{n}{2}$

68) /U/-1, /H/, /U/

69) uzlům se stupněm alespoň 2 dělám smyčky, až dosáhnu $\delta(u)$ nebo o 1 méně - ty spojím po dvou

70) $\mathbf{A}_1$ ano, $\mathbf{V}_1$ ne (stupně), $\mathbf{A}_2$ ne (stupně), $\mathbf{V}_2$ ano

71) $\mathbf{V}_1$ 2 a 7, $\mathbf{V}_2$ 8 a 0

72) je to možné, neb je 24 permutací 4 čísel a orientujeme vždy "zleva doprava"

www.eurekonom.sk

73) musí být souvislý - pak je Eulerův a souvislý, pokrytelný uzavřeným or. tahem, tedy silně souvislý

74) $m \leq n$, $(n - m + 1)$ **nad** 2 : je-li $m-1$ obyč. komponent zároveň silných a v poslední obyč. komponentě jsou šikovně propojeny $(n-m+1)$ silné komponenty každá s každou

75) není : dva cykly propojené cestou, druhý případ je disjunktní sjednocení cyklů

76) spočtu V^3 : 1, 0, 0, 1, 1 / 1, 0, 0, 0, 0 / 0, 1, 1, 0, 1 / 0, 1, 1, 0, 0 / 0, 1, 0, 1, 1 , je silně souvislý

77) testuji na souvislý E-graf: hodnost h(**A**) = /U/-1, stupně sudé

78)

79) je to souvislý orientovaný E-graf, tedy jde pokrýt jedním uzavřeným orientovaným tahem

80) je to D_n - tedy n izolovaných uzlů

81) a) O(/U/./H/) b) O(/U/^{2}) c) O(/U/ + /H/)

82) 22 (3 úplné stromy stupně 2 hloubky 2 spojené pod jeden kořen), 8 (cesta o sedmi hranách)

83) ano, lze pokrýt uzavřeným orient. tahem

84) je to sjednocení disjunktních cyklů

85) nezávislost stejná nebo +1, klikovost stejná nebo -1, chromatické číslo stejné nebo -1, dominance stejná nebo +1

86) pro 4 : udělat graf $K_{2,2,3,3}$ znamená vypustit (10 * 9 / 2) - (2*2+2*3+2*3+2*3+2*3+3*3) = 8 hran,

pro 3 : udělat graf $K_{3,3,4}$ znamená vypustit (10 * 9 / 2) - (3*3+3*4+3*4) = 12 hran

```
          |       |
87)  --- o --- o --- , maximální nezávislá podmnožina je vždy současně dominující
          |       |
```

88) jsou-li to A, B, C, D, pak mohu propojit A - B a C - D, nebo A - C a B - D, pokrýt Eulerovým tahem a zase odebrat přidané hrany, čímž dostanu dvě různá pokrytí původního grafu

89) ano, dokáže se např. indukcí podle hloubky stromu

90) sporem: kdyby řez S byl disjunktní s kostrou T, tak G-S obsahuje T, a tedy nemá 2 komponenty

91) 3 → 2 → 1 prohledávám v pořadí očíslování uzlů, jedná se o uzel 2

92) Protože je vždy $\beta \leq \alpha$, stačí uvažovat pořadí $\chi<\beta<\alpha$ (např. 2<3<4) , $\beta<\chi<\alpha$ (1<2<3) a $\beta<\alpha<\chi$ (1< 2<3), grafy jsou např. vhodné stromy (první dva) a dva slepené trojúhelníky jedním uzlem.

www.euroekonom.sk