

SOUVISLOST GRAFU

LOKÁLNÍ vs. **GLOBÁLNÍ** vlastnosti grafu
(začneme těmi lokálními)

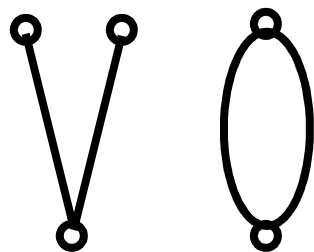
Množina susedů uzlu $u \in U$: $\Gamma(u)$ $\Gamma(A)$ pro $A \subseteq U$

Stupeň uzlu $\delta_G(u)$

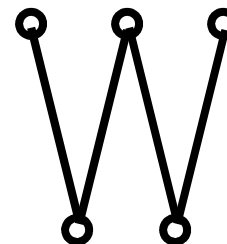
Věta: $\sum \delta(u) = 2 \cdot |H|$

Věta: $G_1 \cong G_2 \Rightarrow G_1$ i G_2 mají stejný počet uzlů stupně k

Soubor stupňů grafu - může pomoci určit **neizomorfní** grafy
POZOR - nepřeceňovat!



oba mají soubor stupňů
1, 1, 2, 2, 2



Pravidelný graf stupně k

Věta: V libovolném grafu je **počet uzlů lichého stupně**
číslo **sudé**.

Souvislost (globální vlastnost)

DF: Sled (délky $n \geq 0$) grafu G z uzlu u do uzlu v :

$$S = \langle u_0, h_1, u_1, h_2, \dots, u_{n-1}, h_n, u_n \rangle$$

$$\rho(h_i) = [u_{i-1}, u_i], u_0 = u, u_n = v$$

otevřený x **uzavřený** sled **tah** x **cesta** x **kružnice**

V: Z každého sledu lze vybrat **cestu** s týmiž krajními uzly.

V: Z uzavřeného sledu liché délky lze vybrat **kružnici** liché délky. (Proč to - asi - neplatí pro sudé délky?)

DF: Souvislý graf - pro každé dva uzly $u, v \in G$ existuje v G sled z uzlu u do uzlu v . **Komponenta grafu** G - maximální souvislý podgraf grafu G .

Uvažujme relaci $R : u R v \Leftrightarrow v \in G$ existuje sled z u do v

V: Relace R je **ekvivalenci** na množině uzlů $U(G)$ a indukuje **rozklad** grafu G na **komponenty**.

D: reflexivita + symetrie + tranzitivita

?Je možné poznat souvislost z lokálních vlastností?

V: Necht' G je obyčejný graf s n uzly, kde platí

$$\delta(u) + \delta(v) \geq n-1$$

pro každou dvojici nesousedních uzlů u, v .

Potom **je graf G souvislý**.

D: sporem - aspoň dvě komponenty

?Co vznikne, když ze souvislého grafu odebereme jednu hranu?

V: Necht' G je souvislý graf, C jeho kružnice, $h \in C$ hrana.
Potom je $G_1 = G - \{h\}$ **souvislým faktorem** grafu G .

D: které sledy z G nebudou v G_1 ?

?Co vznikne, když ze souvislého grafu odebereme jeden uzel?
(bude se hodit např. při důkazech indukací!)

V: Necht' G je souvislý graf, $U(G) \geq 2$. Potom v G existují
nejméně dva uzly takové, že odebráním libovolného z nich
vznikne souvislý podgraf grafu G .

?Kolik asi potřebujeme hran na vytvoření souvislého grafu?

V: Necht' $G = \langle H, U, \rho \rangle$ je souvislý graf. Potom je

$$|H| \geq |U| - 1$$

? Kterým grafům stačí právě těch $|U| - 1$ hran?

Strom - souvislý graf bez kružnic

Kostra grafu - faktor, který je stromem