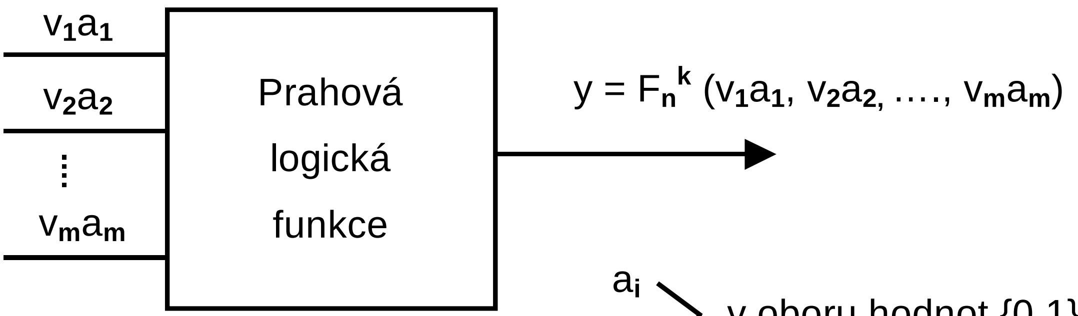
PRAHOVÉ A MAJORITNÍ LOG. FUNKCE

Prahová logická funkce – prahový log. člen, neuron



a_i, y – v oboru hodnot {0,1}

Váha prahové logické funkce – $\boldsymbol{v_i}$

Práh prahové logické funkce – $\boldsymbol{k}$

- je nejmenší hodnota algebraického součtu vah vstupních log. proměnných, mající současně hodnotu log. „1“ nutné k tomu, aby výstupní log. proměnná *y* také nabývala hodnotu log. „1“.

Řád prahové logické funkce – $\boldsymbol{n}$

$$n = \sum_{i}^{m} v_i$$

Prahová logická funkce

a)
$$y = F_n^{\,k}\left(v_i a_i, v_1 a_2, \ldots\ldots\ldots, v_m a_m\right) = 1$$

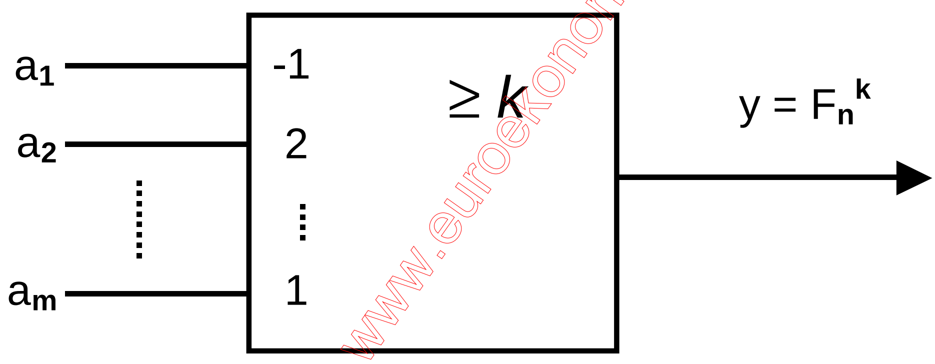
když
$$n = \sum_{i=1}^{m} v_i a_i \quad \geq k$$

b) $$y = F_n^{\,k}\left(v_i a_i, v_1 a_2, \ldots\ldots\ldots, v_m a_m\right) = 0$$

když $$n = \sum_{i=1}^{m} v_i a_i \quad < k$$

váhová suma

schematické označení prahové logické funkce



P_1: Je dána prahová logická funkce $y = F_6^4\,(a, 2b, 3c)$ a máme ji vyjádřit Bool. logickým výrazem

c	b	a	a+2b+3c	y ; k = 4
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	2	0
0	1	1	3	0
1	0	0	3	0
1	0	1	4	1
1	1	0	5	1
1	1	1	6	1

$$y = a\bar{b}c + \bar{a}bc + abc =$$
$$= a\bar{b}c + \left(\bar{a} + a\right)bc =$$
$$= c\left(a\bar{b} + b\right)$$

$\downarrow$

z. abs. negace

$$\boxed{y = c\,(a + b)}$$

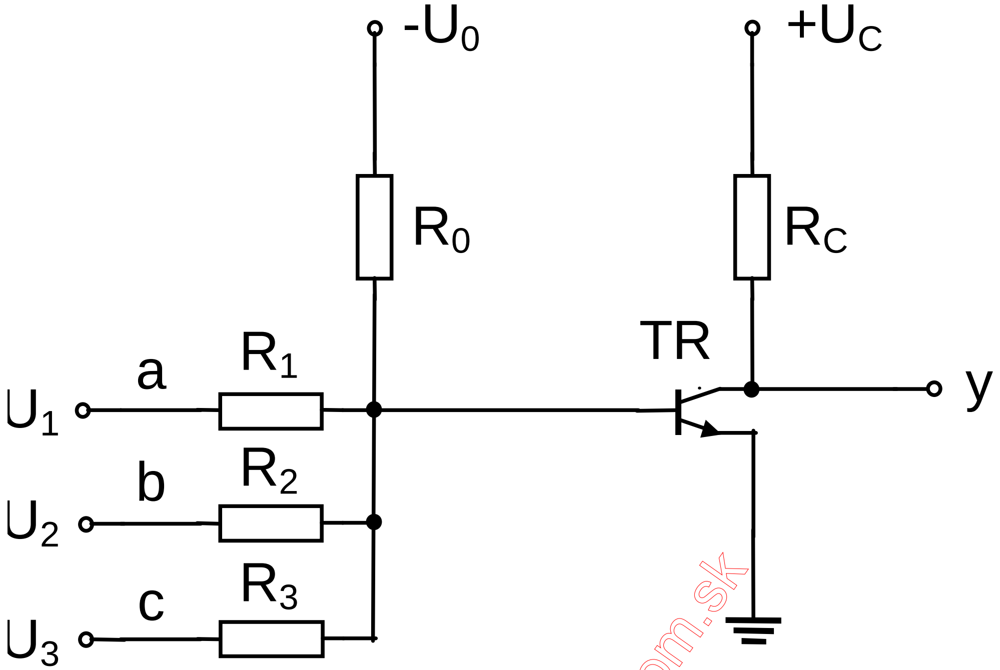
P_2: Realizujte log. člen NAND prahovým logickým obvodem

a_2	a_1	$-a_1 - a_2$	y ; k = - 1½
0	0	0	1
0	1	-1	1
1	0	-1	1
1	1	-2	0

mnoho řešení !!

$$y = F_{-2}^{-1½}\left(a_1, a_2\right) = \overline{a_1 a_2}$$

Fyzikální realizace prahového logického členu (RTL log.)



Váhy vstup. proměnných - dány odpory R_1,R_2,R_3

a vstupními napětími U_1,U_2,U_3

Práh je určován odporem R_0 a napětím U_0.

<u>Souměrná prahová logická funkce</u> – je taková prahová logická funkce, jejíž vstupní nezávislé logické proměnné mají stejné váhy, resp. můžeme položit $v_i = 1$.

Parametr ***n*** pak udává počet vstupních proměnných.

Př.: $y = F_4^3(a,b,c,d) = abc + abd + acd + bcd$

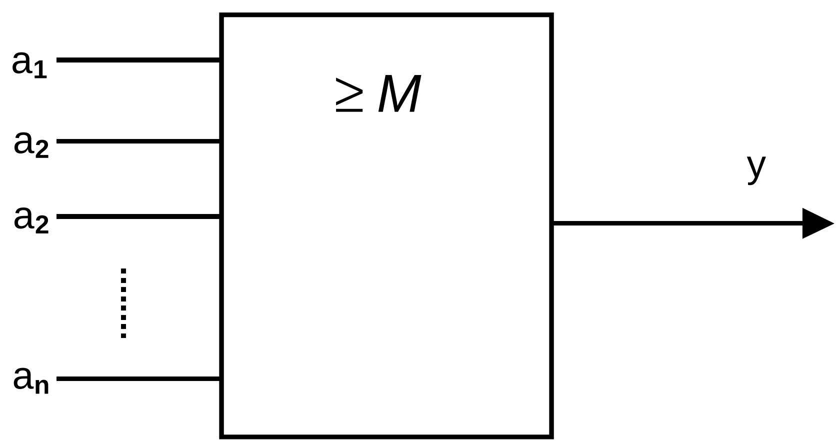
<u>Majoritní prahová log. funkce</u> – je prahová souměrná logická funkce lichého řádu s práhem

$$k = \frac{n+1}{2}$$

a je rovna log. „1“ jen tehdy, když nadpoloviční většina vstupních proměnných této funkce nabývá log. hodnoty „1“.

$$y = M_n(a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots, a_n)$$

Schematické značení



Nejčastěji používané majority ze 3 a z 5:

M_3 (a,b,c) = ab + ac + bc

M_5 (a,b,c,d,e) = abc + abd + acd + ace + ade +
+ bcd + bce + bde + cde + abe

<u>Základní vlastnosti majority ze 3</u>:

M (a,b,1) = a + b

M (a,b,0) = a · b

M (a,b,ā) = b

M (a,b,a) = a

$\vdots$

Komutativnost majority: $M(a,b,c) = M(a,b,c) = \ldots$

De Morganovo pravidlo: $\overline{M}(a,b,c) = M(\overline{a},\overline{b},\overline{c})$
(resp. negace majority)

<u>Složené majority:</u>

$$M_3(a,b,c) = M_3[a,b,M'(a,b,c)]$$

$$M_3[M(a,b,c), M(a,b,d), M(a,b,e)]$$

Transformační věta

Logickou funkci tří vstupních proměnných f (a,b,c) lze rozložit do následujícího tvaru:

$$f(a,b,c) = f_0(f_1 + f_2) + \overline{f_0}(f_3 \cdot f_4)$$

kde f_0, f_1, f_2, f_3 a f_4 jsou libovolné logické funkce vstupních proměnných a,b,c

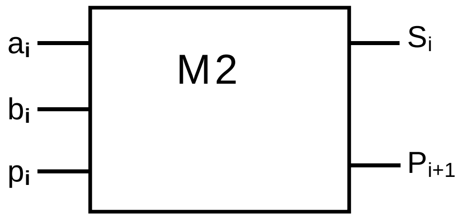
Pak platí

$$f(a,b,c) = \mathrm{M}_3\left[f_0, \underbrace{\left(f_0 f_1 + \overline{f_0} f_3\right)}_{f'}, \underbrace{\left(f_0 f_2 + \overline{f_0} f_4\right)}_{f''}\right]$$

Pokud dílčí funkce f' a f'' nejsou jednoduché funkce (proměnné) → aplikujeme transformační větu znovu.

Pak vzniká složená majorita, čemuž odpovídá i kaskádně řazené schéma s majoritami.

Př.: Proveďte rozklad pomocí transformační věty Bool. výrazu výstupních funkcí S, P úplné jednobitové sčítačky.



S_i: (b_i, a_i, p_i)

0	1	0	1
1	0	1	0

P_{i+1}: (b_i, a_i, p_i)

0	0	1	0
0	1	1	1

$$S_i = a_i\overline{b_i}\,\overline{p_i} + \overline{a_i}b_i\overline{p_i} + \overline{a_i}\,\overline{b_i}p_i + a_ib_ip_i = p_i\left(\overline{a_i}\,\overline{b_i} + a_ib_i\right) + \overline{p_i}\left(\overline{a_i} + \overline{b_i}\right)\left(a_i + b_i\right)$$

$$P_{i+1} = a_ib_i + a_ip_i + b_ip_i = M_3\left(p_i, a_i, b_i\right)$$

1) Rozklad S_i:

$$f_0 = p_i \qquad f_1 = \overline{a_i}\,\overline{b_i} \qquad f_2 = a_ib_i$$

$$f_3 = \left(\overline{a_i} + \overline{b_i}\right) \qquad f_4 = \left(a_i + b_i\right)$$

$$S_i = \mathrm{M}_3\left[p_i, \underbrace{\left[p_i\overline{a_i}\,\overline{b_i} + \overline{p_i}\left(\overline{a_i} + \overline{b_i}\right)\right]}_{f'}, \underbrace{\left[p_ia_ib_i + \overline{p_i}\left(a_i + b_i\right)\right]}_{f''}\right]$$

2) Rozklad f':

$$f'_0 = \overline{p_i} \qquad f'_1 = \overline{a_i} \qquad f'_2 = \overline{b_i}$$

$$f'_3 = \overline{a_i} \qquad f'_4 = \overline{b_i}$$

$$f' = M_3\left(p_i, \overline{p_i}\,\overline{a_i} + p_i\overline{a_i}, \overline{p_i}\,\overline{b_i} + p_i\overline{b_i}\right) = M_3\left(\overline{p_i}, \overline{a_i}, \overline{b_i}\right)$$

a_i b_i

3) Rozklad f'': $f_0'' = \overline{p_i}$ $f_1'' = a_i$ $f_2'' = b_i$

$f_3'' = a_i$ $f_4'' = b_i$

$$f'' = M_3\left(\overline{p_i}\ ,\ \overline{p_i}a_i + p_i a_i\ ,\ \overline{p_i}b_i + p_i b_i\right) =$$
$$= M_3\left(\overline{p_i}\ ,\ a_i\ ,\ b_i\right)$$

Výsledná funkce S_i:

$$S_i = M_3\left[p_i\ ,\ M_3\left(\overline{p_i}\ ,\ \overline{a_i}\ ,\ \overline{b_i}\right),\ M_3\left(\overline{p_i}\ ,\ a_i\ ,\ b_i\right)\right] =$$
$$= M_3\left[p_i\ ,\ \overline{M_3}\left(p_i\ ,\ a_i\ ,\ b_i\right),\ M_3\left(\overline{p_i}\ ,\ a_i\ ,\ b_i\right)\right]$$