Úplné normální formy logických funkcí (ÚNF) – kanonické formy

V úplné normální formě každé jedničkové hodnotě logické funkce odpovídá hodnota právě jednoho mintermu (resp. maxtermu) a naopak.

a) Úplná disjunktní normální forma (ÚDNF)

Logickou funkci o n proměnných je možné zapsat následovně:

$$f(a_1, a_2, \ldots a_n) = \sum_{s=0}^{2^n-1} f_1(s) \cdot P_{mi_s}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad ,$$

kde $\sum$ **vyjadřuje logický součet**

Funkce nabývá hodnot $f_1(s) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$ **pro stavové indexy s**

$P_{mi_s}(a_1, a_2, \ldots a_n)$ **je minterm pro stavový index s**

Důkaz - Shannonovým expanzním teorémem pro součtovou formu

b) Úplná konjunktní normální forma (ÚKNF)

Zápis logické funkce do součinové formy :

$$f(a_1, a_2, \ldots a_n) = \prod_{s=0}^{2^n-1} [f_2(s) + S_{Mi_s}(a_1, a_2, \ldots a_n)] \quad ,$$

kde Π **znamená logický součin**

funkce $f_2(s) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

$S_{Mi_s}(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ **je maxterm pro stavový index s .**

c) Vzájemná transformace úplných normálních forem

Negovaná logická funkce :

$$\overline{\sum_{s=0}^{2^n-1} f_1(s)\,.\,P_{mi_s}(a_1, a_2, ..., a_n)} = \prod_{s=0}^{2^n-1}[f_2(s) + S_{Mi_s}(a_1, a_2, ...a_n)]$$

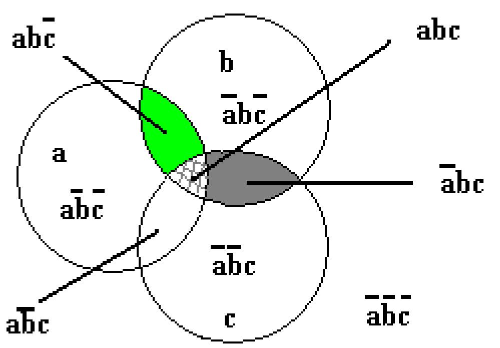
tedy podle De Morganových pravidel :

$$\prod_{s=0}^{2^n-1}[\overline{f_1(s)} + \overline{P_{mi_s}(a_1, a_2, ..., a_n)}]$$

přičemž

$$\overline{f_1}(s) = f_2(s) \quad \text{a} \quad \overline{P}_{mi_s} = S_{Mi_s}$$

Grafické zobrazení logických funkcí

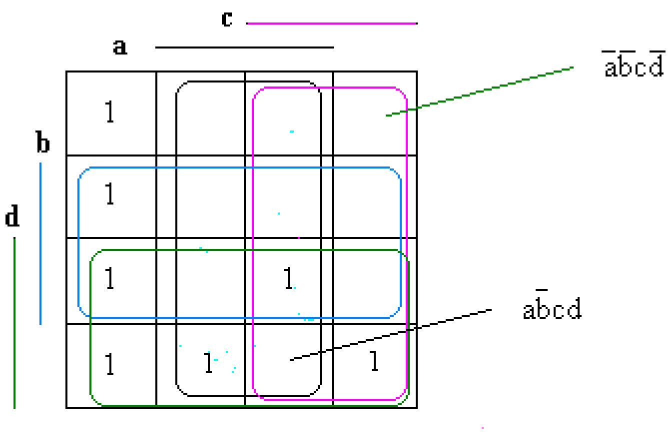


Vennuv diagram

Průniky ploch:

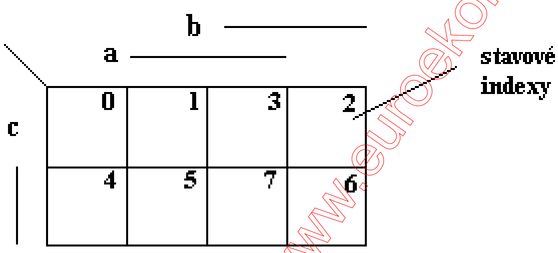
mintermy

Praktické uspořádání ploch do mapy :

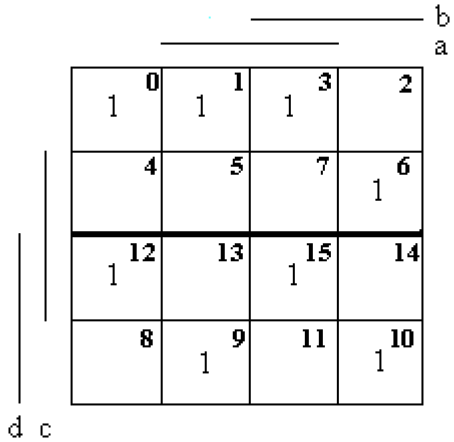


1) **Karnaughova mapa** **- topologicky sousedící plochy odpovídají sousedním mintermům, jinak řečeno, zakódování logických proměnných vůči sloupcům a řádkům je v Grayově cyklickém kódu (použijeme proto stavových indexů)**

Mapa pro 3 proměnné:



Mapa pro 4 proměnné:



Mapa pro 5 logických proměnných :

F(a, b, c, d, e)

a b c d e osa

0 1	1	3 1	2 1
4	5	7	6
12 1	13 1	15	14
8	9	11	10
24	25	27	26
28 1	29 1	31 1	30
20	21	23	22
16 1	17	19 1	18 1

Odvození Grayova kódu :

stav.ind.	e	d	c	b	a
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1
5	0	0	1	0	1
4	0	0	1	0	0
12	0	1	1	0	0
13	0	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1
14	0	1	1	1	0
10	0	1	0	1	0
11	0	1	0	1	1
9	0	1	0	0	1
8	0	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0
25	1	1	0	0	1
27	1	1	0	1	1
26	1	1	0	1	0
30	1	1	1	1	0
31	1	1	1	1	1
29	1	1	1	0	1
28	1	1	1	0	0
20	1	0	1	0	0
21	1	0	1	0	1
23	1	0	1	1	1
22	1	0	1	1	0
18	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1
17	1	0	0	0	1
16	1	0	0	0	0

U Grayova kódu se liší kódové binární ekvivalenty v jedné jedničce, takže sousední zapsané řádky se liší jednou jedničkou. To znamená, že topologicky sousedním políčkům odpovídají sousední mintermy. Pro 5 logických vstupních proměnných existuje 5 sousedních mintermů!

1) Svobodova mapa - zakódování vstupních logických proměnných vůči sloupcům a řádkům je v přímém binárním kódu, tedy stavové indexy jdou v mapě vzestupně za sebou.

Mapa pro 3 a 4 logické proměnné :