

REDUKCE MNOŽINY VNITŘNÍCH STAVŮ

I. Redukce pro úplně určené automaty (totální)

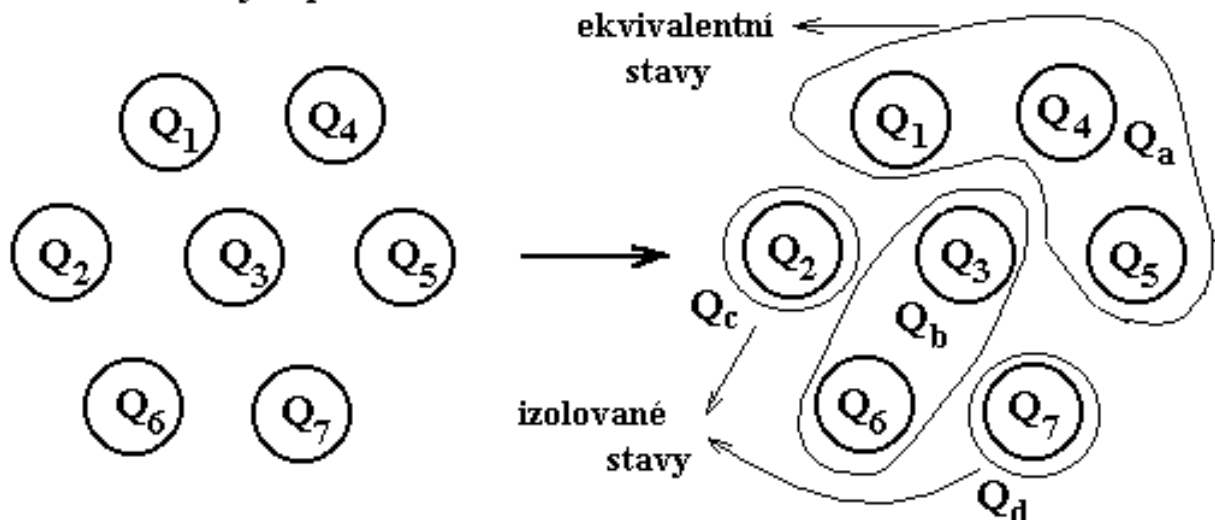
Ekvivalence: Dva stavy Q_i a Q_j automatu A jsou ekvivalentní tehdy a jen tehdy, pokud všechny možné posloupnosti vstupních písmen, aplikované na automat A v počátečním stavu Q_i , produkuje na výstupu tytéž odezvy jako kdyby byly aplikovány na automat A v počátečním stavu Q_j . V opačném případě jsou stavy Q_i a Q_j rozlišitelné.

Je zřejmé, že pokud automatu existuje třída ekvivalence mající n ekvivalentních stavů, pak $n-1$ stavů je zaručeně redundantních, neboť je lze nahradit jediným vnitřním stavem – reprezentantem – aniž by to bylo rozlišitelné na vnějším chování.

Minimalizace množiny vnitřních stavů se zakládá na nalezení tříd ekvivalentních stavů.

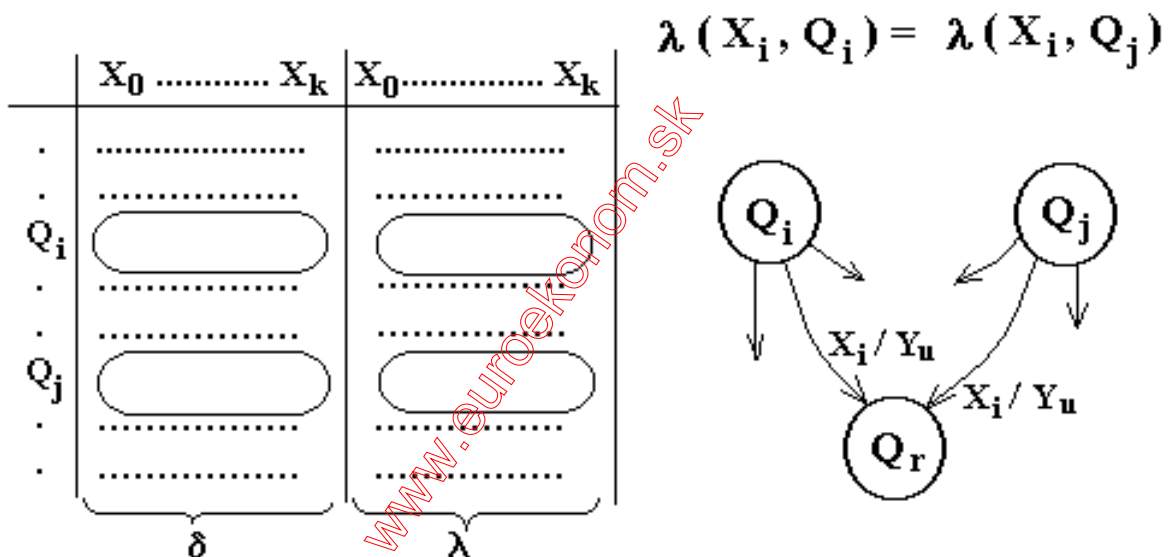
Mějme daný automat A s množinou vnitřních stavů $Q = \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7\}$. Získáme 4 třídy ekvivalentních stavů: Q_a, Q_b a jednoprvkové třídy Q_c a Q_d .

Porovnání výstupních funkcí λ



Relace ekvivalence je reflexivní, symetrická a tranzitivní !!

Jednoduchá ekvivalence - dva stavy Q_i a Q_j jsou jednoduše ekvivalentní, pokud se shodují odpovídající řádky v tabulce přechodů. V tomto případě platí, že pro všechny přechodové funkce v řádku bude platit $\delta(X_i, Q_k) = \delta(X_i, Q_l)$ a pro všechny výstupní funkce bude také platit $\lambda(X_i, Q_k) = \lambda(X_i, Q_l)$ pro všechna $X_i \in X$ a jež po aplikaci jediného vstupního písmene splynou obě historie rozlišené původně vnitřními stavy Q_i a Q_j .



k - ekvivalence - dva stavy Q_i a Q_j jsou k - ekvivalentní, jestliže neexistuje žádná posloupnost k výstupních písmen taková, že odezva na ni při počátečním stavu Q_i by se lišila od odezvy na ni při počátečním stavu Q_j . V opačném případě budou stavy k - rozlišitelné.

Jsou-li Q_i a Q_j k - ekvivalentní, pak jsou také l - ekvivalentní pro $l \leq k$. Jsou-li stavy k - rozlišitelné, pak jsou také l - rozlišitelné pro $l > k$.

PŘÍKLAD

Mějme daný úplně určený automat následující tabulkou přechodů :

A

	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	
Q ₀	Q ₀	Q ₁	Q ₀	Q ₀	Y ₀	Y ₁	Y ₀	Y ₀	
Q ₁	Q ₁	Q ₂	Q ₁	Q ₀	Y ₁	Y ₂	Y ₀	Y ₀	
Q ₂	Q ₂	Q ₃	Q ₂	Q ₀	Y ₂	Y ₃	Y ₀	Y ₀	
Q ₃	Q ₃	Q ₄	Q ₃	Q ₀	Y ₃	Y ₁	Y ₀	Y ₀	
Q ₄	Q ₄	Q ₅	Q ₄	Q ₀	Y ₁	Y ₀	Y ₀	Y ₀	
Q ₅	Q ₀	Q ₅	Q ₅	Q ₅	Y ₀	Y ₀	Y ₀	Y ₀	
Q ₆	Q ₆	Q ₇	Q ₆	Q ₆	Y ₀	Y ₁	Y ₀	Y ₀	
Q ₁ '	Q ₁	Q ₂	Q ₁	Q ₆	Y ₁	Y ₂	Y ₀	Y ₀	
Q ₂ '	Q ₂	Q ₃	Q ₂	Q ₀	Y ₂	Y ₃	Y ₀	Y ₀	
Q ₃ '	Q ₃	Q ₄	Q ₃	Q ₀	Y ₃	Y ₁	Y ₀	Y ₀	
Q ₄ '	Q ₄	Q ₅	Q ₄	Q ₀	Y ₁	Y ₀	Y ₀	Y ₀	
Q ₇	Q ₇	Q ₂	Q ₁	Q ₆	Y ₂	Y ₂	Y ₀	Y ₀	

δ
 λ

1) Nejprve se posoudí výstupní funkce a provede se rozklad podle výstupních funkcí dvojic vnitřních stavů :

$$P_1 = \{(Q_0, Q_6), (Q_1, Q_1'), (Q_2, Q_2'), (Q_3, Q_3'), (Q_4, Q_4'), Q_5, Q_7\} = \{Q_a = (Q_0, Q_6), Q_b = (Q_1, Q_1'), Q_c = (Q_2, Q_2'), Q_d = (Q_3, Q_3'), Q_e = (Q_4, Q_4'), Q_5, Q_7\}$$

2) Vytvoříme s těmito rozklady novou tabulku přechodů :

A	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃
Q _a (Q ₀ Q ₆)	Q ₀) Q _a Q ₆)	Q ₁ → Q _b Q ₇ → Q _g	Q ₀) Q _a Q ₆)	Q ₀) Q _a Q ₆)
Q _b (Q ₁ Q ₁ ')	Q ₁) Q _b Q ₁)	Q ₂) Q _c Q ₂)	Q ₁ ') Q _b Q ₁)	Q ₀) Q _a Q ₆)
Q _c (Q ₂ Q ₂ ')	Q ₂) Q _c Q ₂)	Q ₃) Q _d Q ₃)	Q ₂ ') Q _c Q ₂)	Q ₀) Q _a Q ₀)
Q _d (Q ₃ Q ₃ ')	Q ₃) Q _d Q ₃)	Q ₄) Q _e Q ₄)	Q ₃ ') Q _d Q ₃)	Q ₀) Q _a Q ₀)
Q _e (Q ₄ Q ₄ ')	Q ₄) Q _e Q ₄)	Q ₅) Q _f Q ₆)	Q ₄ ') Q _e Q ₄)	Q ₀) Q _a Q ₀)
Q _f Q ₅	Q ₀ Q _a	Q ₆ Q _a	Q ₅ Q _f	Q ₅ Q _a
Q _g Q ₇	Q ₇ Q _g	Q ₂ Q _c	Q ₁ ' Q _b	Q ₄ Q _e

3) Z hlediska dalšího postupu již není důležitá tabulka výstupů. Sledujeme nyní pouze „následovníky“ každé třídy rozkladu P₁. Ve sloupci pro X₁ v prvním řádku následníci Q₁ a Q₇ nespadají do jedné společné třídy a je proto nutné stav Q_a rozdělit !

$$P_2 = \{ Q_a = Q_0, Q'_a = Q_6, Q_b = (Q_1, Q'_1), Q_c = (Q_2, Q'_2), Q_d = (Q_3, Q'_3), Q_e = (Q_4, Q'_4), Q_5, Q_7 \}$$

4) Při dalším sledování „následovníků“ musí dojít k dalšímu rozštěpení třídy Q_b při X₃, a tudíž dostaneme nový rozklad P₃ :

$$P_3 = \{ Q_a = Q_0, Q'_a = Q_6, Q_b = Q_1, Q'_b = Q'_1, Q_c = (Q_2, Q'_2), Q_d = (Q_3, Q'_3), Q_e = (Q_4, Q'_4), Q_5, Q_7 \}$$

A	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃
Q _a Q ₀ Q' _a Q ₆	Q ₀ Q _a Q ₆ Q' _a	Q ₁ → Q _b Q ₇ → Q _g	Q ₀ Q _a Q ₆ Q' _a	Q ₀ Q _a Q ₆ Q' _a
Q _b (Q ₁ Q' ₁)	(Q ₁ Q ₁) Q _b	(Q ₂ Q ₂) Q _c	(Q' ₁ Q ₁) Q _b	(Q ₀ Q ₆) (Q _a Q' _a)
Q _c (Q ₂ Q' ₂)	(Q ₂ Q ₂) Q _c	(Q ₃ Q ₃) Q _d	(Q' ₂ Q ₂) Q _c	(Q ₀ Q ₀) Q _a
Q _d (Q ₃ Q' ₃)	(Q ₃ Q ₃) Q _d	(Q ₄ Q ₄) Q _e	(Q' ₃ Q ₃) Q _d	(Q ₀ Q ₀) Q _a
Q _e (Q ₄ Q' ₄)	(Q ₄ Q ₄) Q _e	(Q ₅ Q ₆) Q _f	(Q' ₄ Q ₄) Q _e	(Q ₀ Q ₀) Q _a
Q _f Q ₅	Q ₀ Q _a	Q ₆ Q _a	Q ₅ Q _f	Q ₅ Q _a
Q _g Q ₇	Q ₇ Q _g	Q ₂ Q _c	Q ₁ Q _b	Q ₄ Q _e



Při dalším sledování „následovníků“ již nemusí docházet ke štěpení, tudíž všechny další rozklady jsou shodné

$$P_3 = P_4 = P_5 = \dots = P_E$$

V našem případě můžeme vyloučit 3 redundantní stavy Q₂ nebo Q'₂, Q₃ nebo Q'₃ a Q₄ nebo Q'₄ a můžeme sestavit novou redukovanou tabulku přechodů a výstupů.

A	X_0	X_1	X_2	X_3
$Q_a \ Q_0$	$Q_0 \ Q_a$	$Q_1 \rightarrow Q_b$	$Q_0 \ Q_a$	$Q_0 \ Q_a$
$Q'_a \ Q_6$	$Q_6 \ Q'_a$	$Q_7 \rightarrow Q_g$	$Q_6 \ Q'_a$	$Q_6 \ Q'_a$
$Q_b \ Q_1$ $Q'_b \ Q'_1$	$Q_1 \ Q_b$ $Q_1 \ Q_b$	$Q_2 \ Q_c$ $Q_2 \ Q_c$	$Q'_1 \ Q'_b$ $Q_1 \ Q_b$	$Q_0 \ Q_a$ $Q_6 \ Q'_a$
$Q_c \left(\begin{matrix} Q_2 \\ Q'_2 \end{matrix} \right) Q_c$	$\left(\begin{matrix} Q_2 \\ Q_2 \end{matrix} \right) Q_c$	$\left(\begin{matrix} Q_3 \\ Q_3 \end{matrix} \right) Q_d$	$\left(\begin{matrix} Q'_2 \\ Q_2 \end{matrix} \right) Q_c$	$\left(\begin{matrix} Q_0 \\ Q_0 \end{matrix} \right) Q_a$
$Q_d \left(\begin{matrix} Q_3 \\ Q'_3 \end{matrix} \right) Q_d$	$\left(\begin{matrix} Q_3 \\ Q_3 \end{matrix} \right) Q_d$	$\left(\begin{matrix} Q_4 \\ Q_4 \end{matrix} \right) Q_e$	$\left(\begin{matrix} Q'_3 \\ Q_3 \end{matrix} \right) Q_d$	$\left(\begin{matrix} Q_0 \\ Q_0 \end{matrix} \right) Q_a$
$Q_e \left(\begin{matrix} Q_4 \\ Q'_4 \end{matrix} \right) Q_e$	$\left(\begin{matrix} Q_4 \\ Q_4 \end{matrix} \right) Q_e$	$\left(\begin{matrix} Q_5 \\ Q_6 \end{matrix} \right) Q_f$	$\left(\begin{matrix} Q'_4 \\ Q_4 \end{matrix} \right) Q_e$	$\left(\begin{matrix} Q_0 \\ Q_0 \end{matrix} \right) Q_a$
$Q_f \ Q_5$	$Q_0 \ Q_a$	$Q_6 \ Q_a$	$Q_5 \ Q_f$	$Q_5 \ Q_a$
$Q_g \ Q_7$	$Q_7 \ Q_g$	$Q_2 \ Q_c$	$Q'_1 \ Q_b$	$Q_4 \ Q_e$



Nová redukovaná tabulka přechodů a výstupů

A	X_0	X_1	X_2	X_3	X_0	X_1	X_2	X_3
Q_0	Q_0	Q_1	Q_0	Q_0	Y_0	Y_1	Y_0	Y_0
Q_1	Q_1	Q_2	Q'_1	Q_0	Y_1	Y_2	Y_0	Y_0
Q'_1	Q_1	Q_2	Q'_1	Q_6	Y_1	Y_2	Y_0	Y_0
Q_2	Q_2	Q_3	Q_2	Q_0	Y_2	Y_3	Y_0	Y_0
Q_3	Q_3	Q_4	Q_3	Q_0	Y_3	Y_1	Y_0	Y_0
Q_4	Q_4	Q_5	Q_4	Q_0	Y_1	Y_0	Y_0	Y_0
Q_5	Q_0	Q_6	Q_5	Q_5	Y_0	Y_0	Y_0	Y_0
Q_6	Q_6	Q_7	Q_6	Q_6	Y_0	Y_2	Y_0	Y_0
Q_7	Q_7	Q_2	Q'_1	Q_6	Y_2	Y_2	Y_0	Y_0