

LOGICKÉ OBVODY 3

minimalizace

- zopakování termínů
- mapy
- Quine-McCluskey

Sum-of-Products – SOP (Disjunktivní forma)

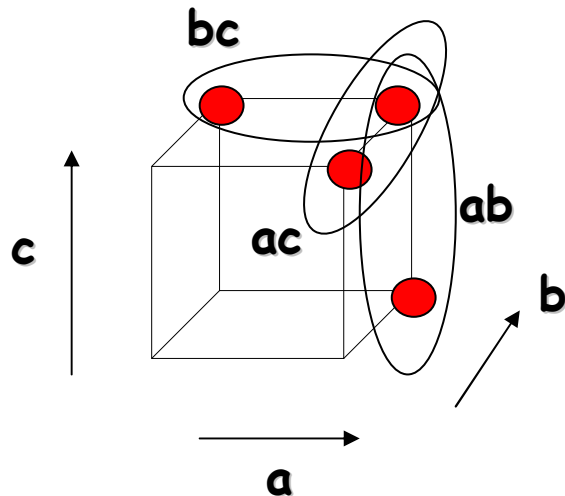
- Funkce může být reprezentována jako součet krychlí (součinů):

$$f = ab + ac + bc$$

Každá krychle je součin literálů, mluvíme tedy o reprezentaci “sum of products” – součet součinů SOP DNF

- Množinu krychlí reprezentující f nazýváme **pokrytí (cover) f** .
- $F=\{ab, ac, bc\}$ je pokrytí funkce $f = ab + ac + bc$.

SOP



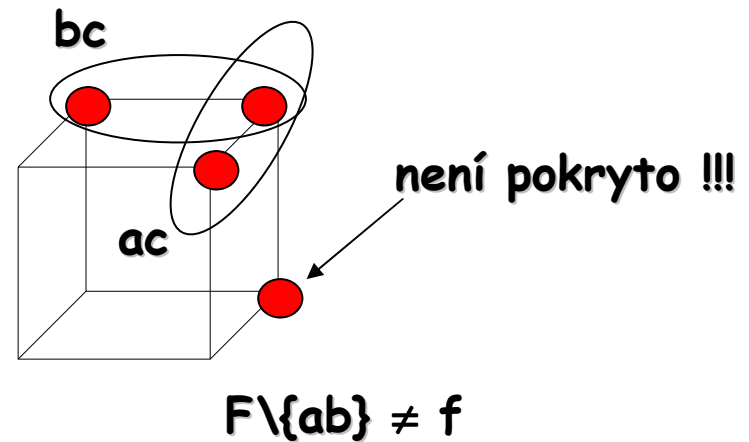
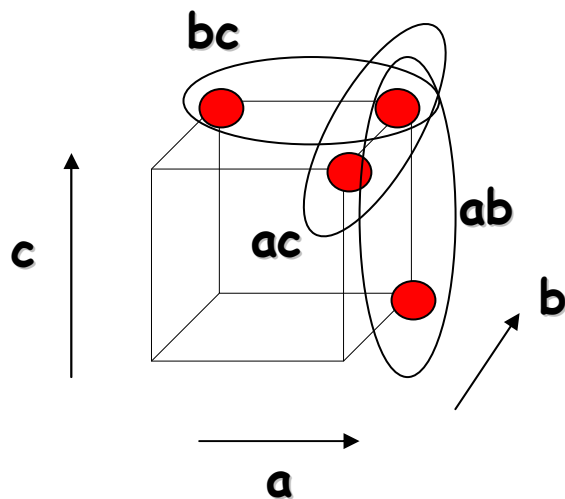
● = onset minterm

- Každý onset minterm je “pokrytý” nejméně jednou krychlí
- Žádná krychle nepokrývá žádný offset minterm.

Dvouúrovňová minimalizace (two-level minimization) hledá pokrytí o minimální velikosti (nejmenší počet krychlí).

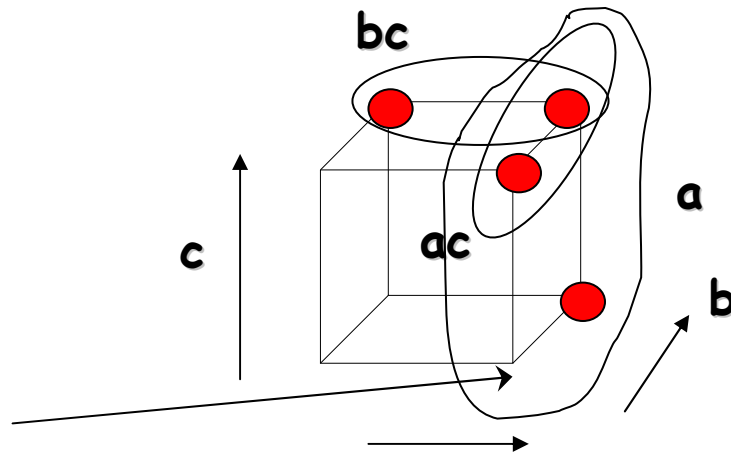
Neredundance

Příklad: $f = ab + ac + bc$



Prime – přímost

$$f = ac + bc + a = F \setminus \{c_i\} \cup \{c'_i\}$$



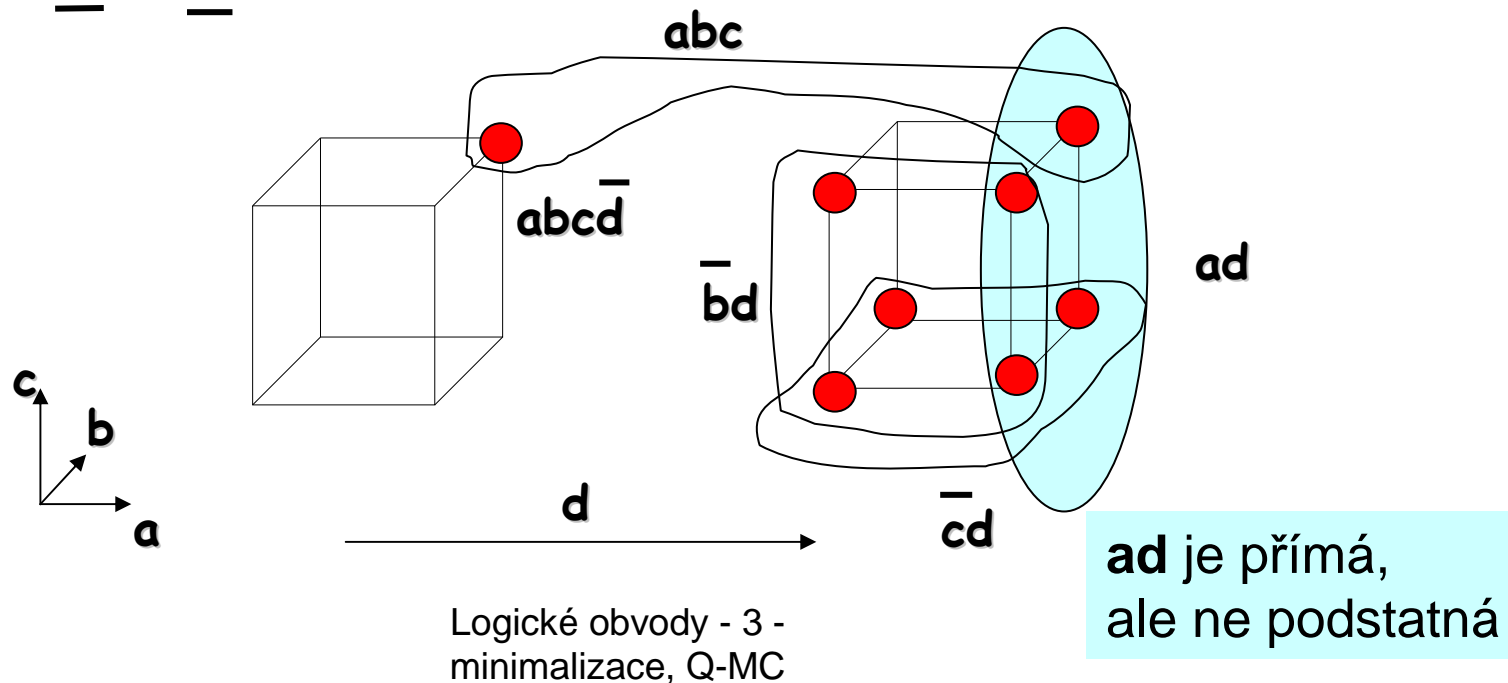
**Nerovná se f protože
je pokrytý offsetový vrchol**

Podstatnost

Příklad

$f = abc + \bar{b}d + \bar{c}d$ je přímé a neredundantní.

abc je **podstatná** protože $abcd\bar{c} \in abc$ (pouze)

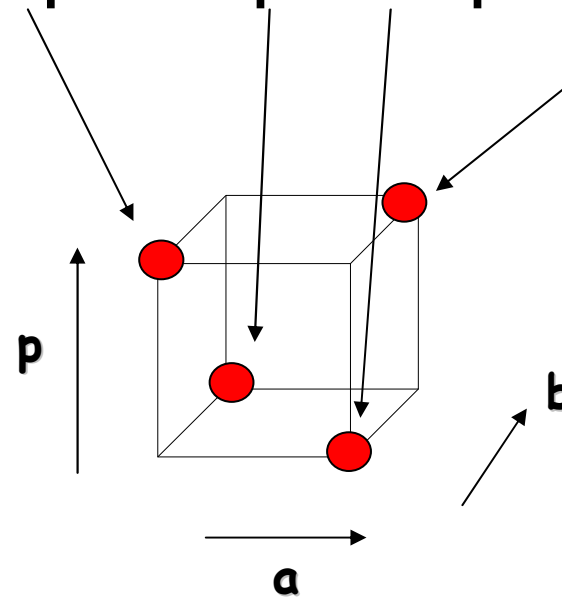


Příklady

s_i	a	b	p	q	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

SOP – Úplná normální
disjunktivní forma ÚNDF

$$s = \overline{\overline{a}}\overline{b}p + \overline{a}\overline{\overline{b}}\overline{p} + \overline{\overline{a}}\overline{\overline{b}}\overline{p} + \overline{a}b\overline{p}$$

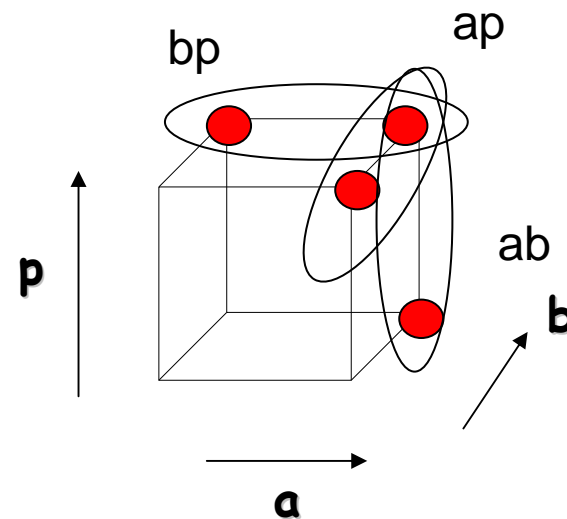


Příklady

s_i	a	b	p	q	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

SOP – Úplná normální disjunktivní forma ÚNDF

$$q = \bar{a}bp + a\bar{b}p + ab\bar{p} + abp$$



SOP – Minimální normální disjunktivní forma MNDF

$$q = bp + ap + ab$$

Stavový index: s_i

s_i	a	b	p	q	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	1	0
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	1

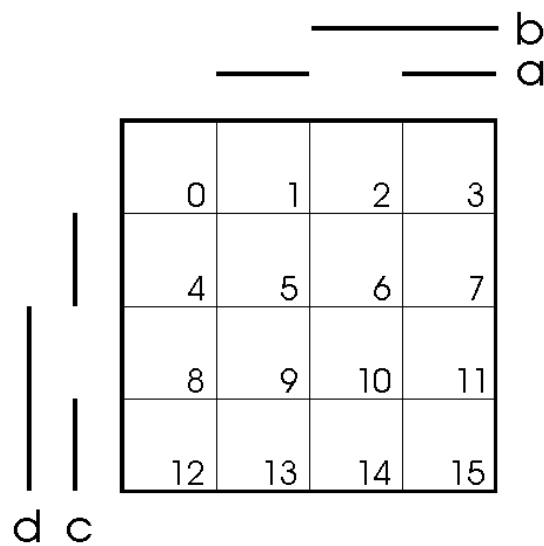
$s_i \dots$ je binární reprezentace kombinací hodnot proměnných, (zde záleží na jejich pořadí)

Pak lze zadat funkci "zhuštěnou" tabulkou - výčetm stavových indexů, pro které nabývá funkce hodnoty 1 (onsetem) nebo naopak 0 (offsetem):

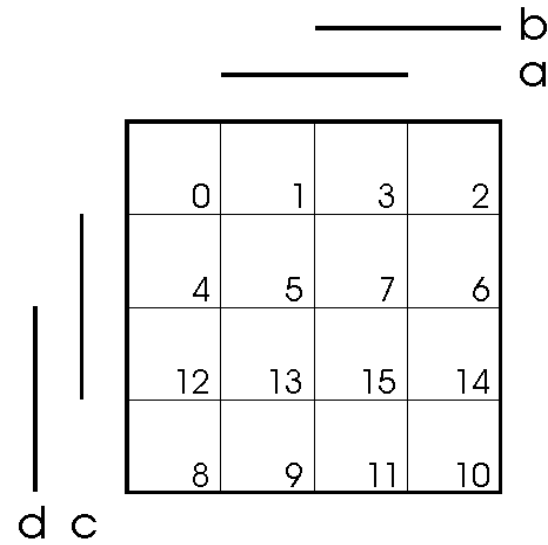
$$S = \Sigma(1, 2, 4, 7)$$

$$S = \Pi(0, 3, 5, 6)$$

Mapy

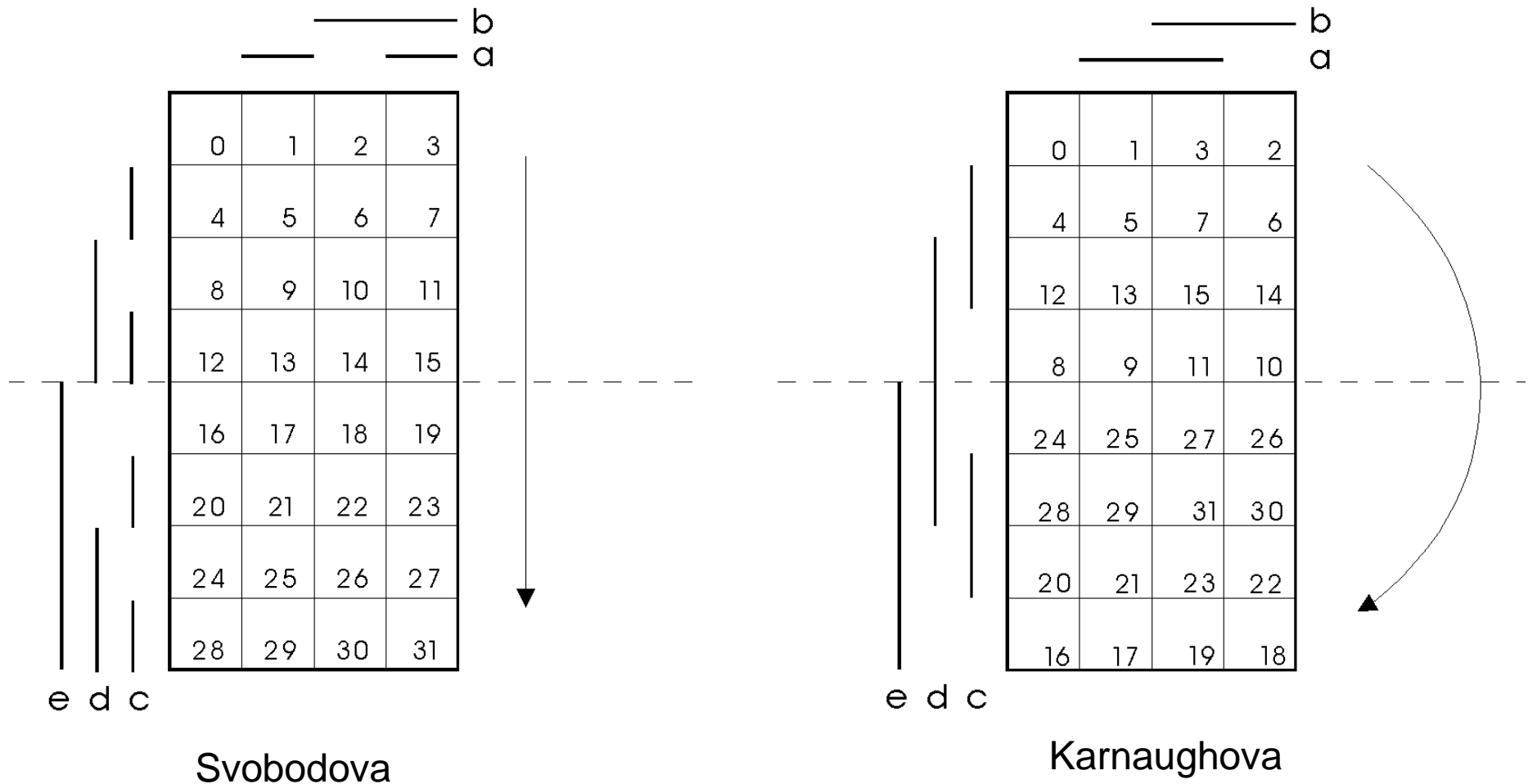


Svobodova mapa

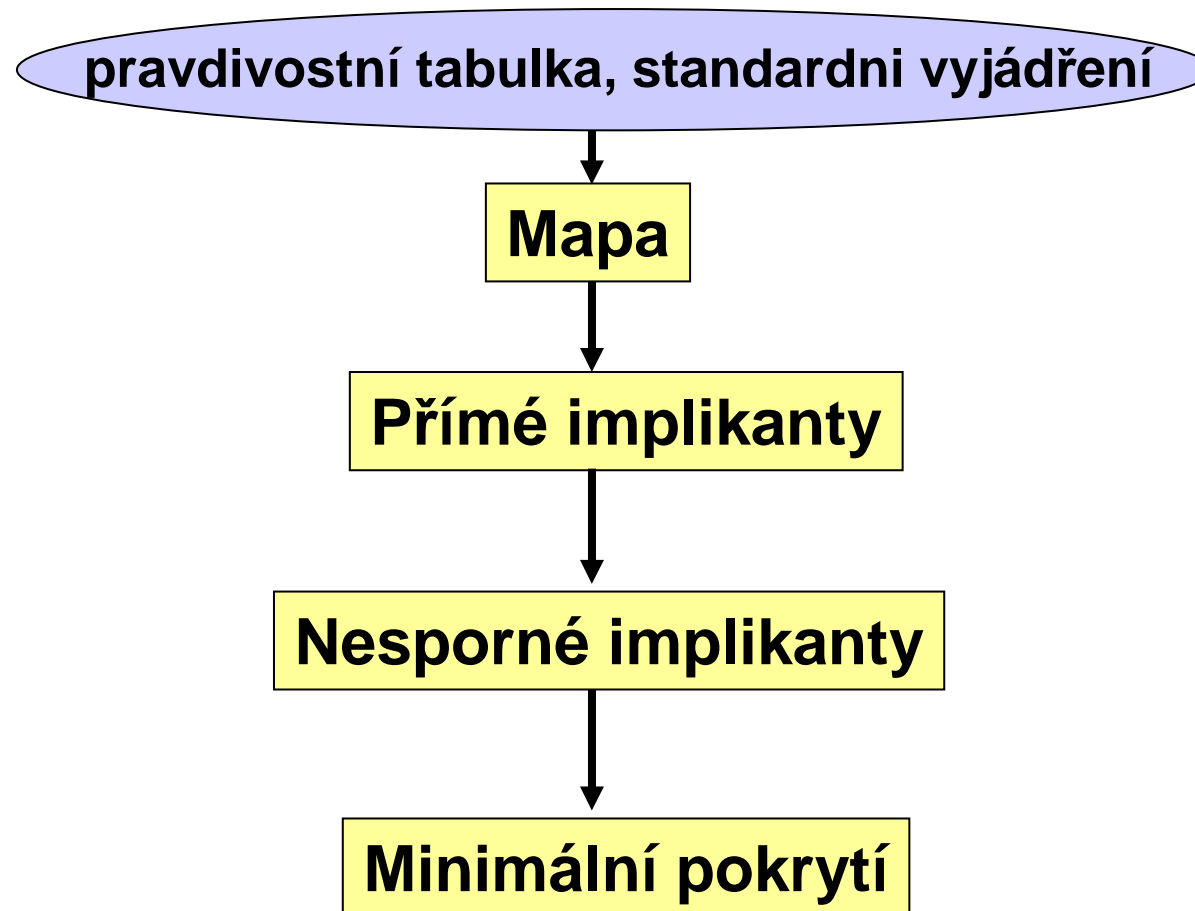


Karnaughova mapa

Změna velikosti mapy – zvyšování počtu proměnných



Algoritmus minimalizace v mapě



Funkce neúplně specifikované

$$F = (f, d, r) : B^n \rightarrow \{0, 1, x\}$$

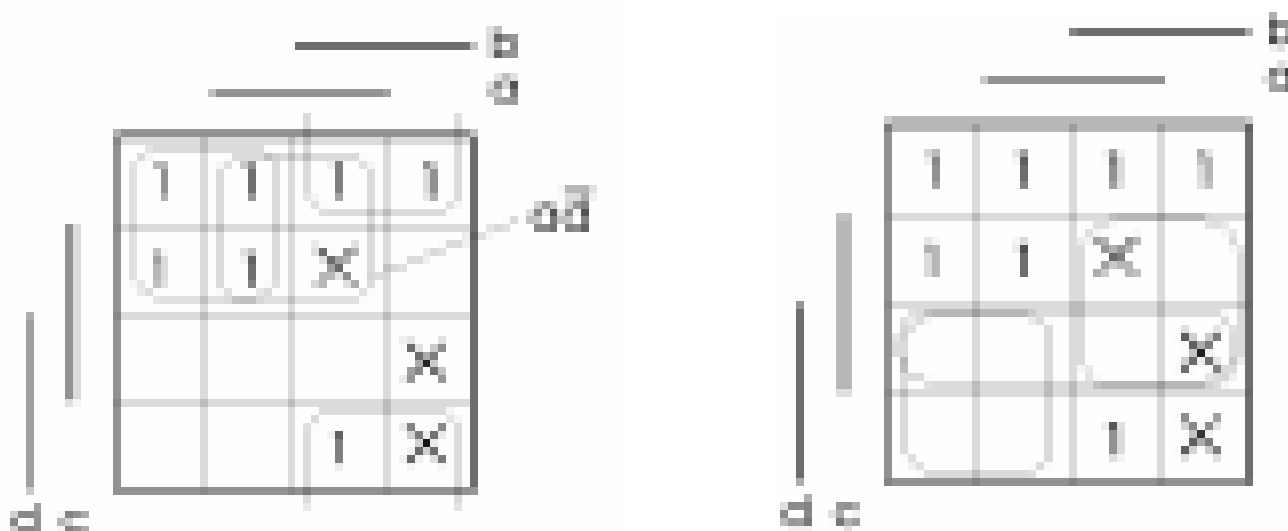
kde x reprezentuje “don't care” (neurčený stav)

- f = onset funkce - $f(a)=1 \leftrightarrow F(x)=1$
- r = offset funkce - $r(a)=1 \leftrightarrow F(x)=0$
- d = don't care funkce - $d(a)=1 \leftrightarrow F(x)=x$

Neúplně specifikovanou funkci nelze zadat jen pomocí jedné množiny.

Příklady

$$f(d, c, b, a) = \sum_{(1)}(0, 1, 2, 3, 4, 5, 11) + \sum_{\times}(7, 10, 14)$$



Řešení:

$$f(d, c, b, a) = \bar{b}\bar{d} + b\bar{c} = (b + \bar{d})(\bar{b} + \bar{c})$$

Quine-McCluskey

$$f(d, c, b, a) = \sum(1, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15)$$

.....tabule

Řešení:

$$f(d, c, b, a) = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + abc + bd + \bar{a}d$$

nebo

$$f(d, c, b, a) = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + abc + bd + \bar{a}d$$

Tabulka pokrytí:

		1	4	7	8	9	10	11	12	14	15
A	bd						*	*		*	*
B	$\bar{a}d$				*		*		*	*	
C	$\bar{a}d$				*	*	*	*			
D	abc			*							*
E	$\bar{a}bc$		*						*		
F	$ab\bar{c}$	*				*					
přeznamky		↑	↑	↑		×			×		×

Algoritmus minimalizace Quine-McCluskey

