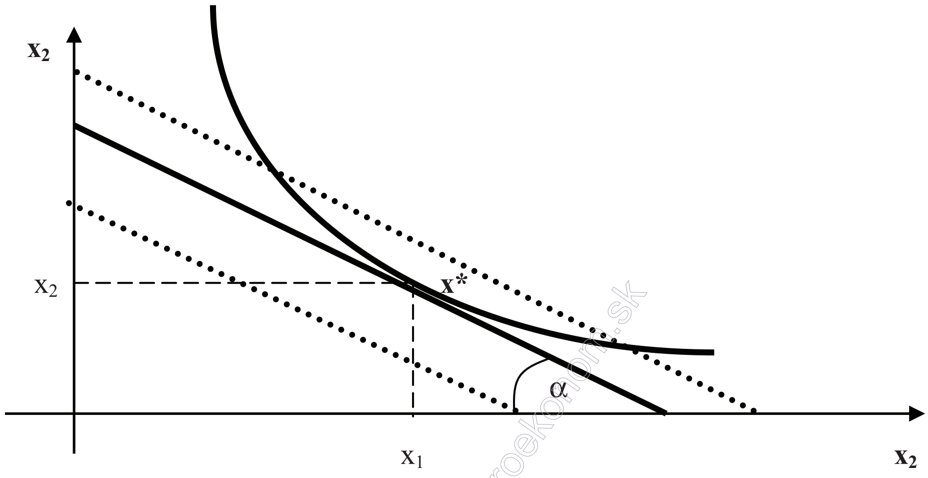
Ekonomika podniku – okruh č. 8

NÁKLADY PODNIKU A ICH MIKROEKONOMICKÁ ANALÝZA

<u>Minimalizácia nákladov</u>

Predpokladajme, že firma používa výrobné faktory $\mathbf{x_1}$ a $\mathbf{x_2}$ a vyrába výrobok **q**, pričom objem výroby je definovaný *produkčnou funkciou* **f(x) = q,** a výška výrobných nákladov je definovaná *nákladovou funkciou* $\mathbf{n(x) = c_1x_1 + c_2x_2}$, kde $\mathbf{c_1, c_2}$ sú ceny výrobných faktorov.

Úloha ***minimalizácie nákladov*** firmy potom spočíva v nájdení takého vektora spotreby výrobných faktorov $\mathbf{x_1, x_2,}$ ktorý umožňuje vyrobiť požadované množstvo výrobkov **y** pri minimálnej úrovni výrobných nákladov**:** $\mathbf{n(x) = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow}$ **min** pri ohraničení **f(x) = q.** Graficky to môžeme znázorniť takto:



Každý bod priamky $\mathbf{x_1x_2}$ zodpovedá určitej kombinácii spotreby výrobných faktorov s tou istou hodnotou nákladov. Túto priamku nazývame izopriamka nákladov = priamka, ktorá reprezentuje všetky kombinácie vstupov zodpovedajúcej rovnakej úrovni nákladov. Krivka predstavuje produkčnú rovnicu. Optimálnemu riešeniu úlohy zodpovedá bod **x***, ktorý je bodom dotyku produkčnej izokvanty **f(x)** a izopriamky nákladov **n(x).**

Rovnicu izopriamky nákladov môžeme upraviť na smernicový tvar priamky:

$$\mathbf{x_2 = - (c_1 / c_2) * x_1 + n(x) / c_2}$$

takže smernica izopriamky nákladov je pre kladné ceny vždy záporná a platí $\mathbf{tg\,\alpha = - c_1 / c_2}$.

Minimalizovať nákladovú funkciu môžeme dvoma spôsobmi:

- **minimalizovať náklady na vstup** – v bode spotreby výrobných faktorov minimalizujúcom náklady výroby pri danej úrovni výstupu je marginálny produkt variabilného vstupu zodpovedajúci jednej korune výdavkov na variabilný vstup rovnaký pre všetky vstupy:

$$\frac{\mathbf{m_1 (x_1, x_2)}}{\mathbf{c_1}} = \frac{\mathbf{m_2 (x_1, x_2)}}{\mathbf{c_2}}$$

- **optimalizovať substitúciu vstupov** – hraničnú mieru technickej substitúcie 1. výrobného faktora za 2. výrobný faktor sa v bode minima nákladov pri fixovanom objeme produkcie rovná opačnému pomeru cien výrobných faktorov:

$$\frac{-\,dx_2}{dx_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2) / \partial x_1}{\partial f(x_1, x_2) / \partial x_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Nákladové funkcie a ich vlastnosti

Pre konkrétne ceny vstupov zodpovedajú rôzne izokvanty rôznym výrobným nákladom, a to aj v rámci optimálnej proporcie medzi výrobnými faktormi. Každá izokvanta korešponduje s rôznou úrovňou výstupu a izopriamka nákladov, ktorá sa dotýka „vyššej“ produkčnej izokvanty, implikuje „vyššie“ náklady, dokonca aj za predpokladu, že firma využíva kombináciu vstupov minimalizujúcu náklady. Keďže náklady výroby rastú, pri skúmaní „vyššej“ izokvanty je užitočné vyjadriť náklady firmy v tvare nákladovej funkcie **n(q),** ktorá by vyjadrila náklady firmy priamo ako funkciu objemu výroby. Funkcia však musí garantovať takú výšku nákladov pre objem výroby **q**, ktoré zodpovedajú minimálnym nákladom. Funkcia **n(q)** sa nazýva **nákladová funkcia** a vo najvšeobecnejšom prípade má tvar:

$$n(q) = nv(q) + n_F$$

q – objem produkcie
nv(q) – funkcia variabilných nákladov
n_F – fixné náklady

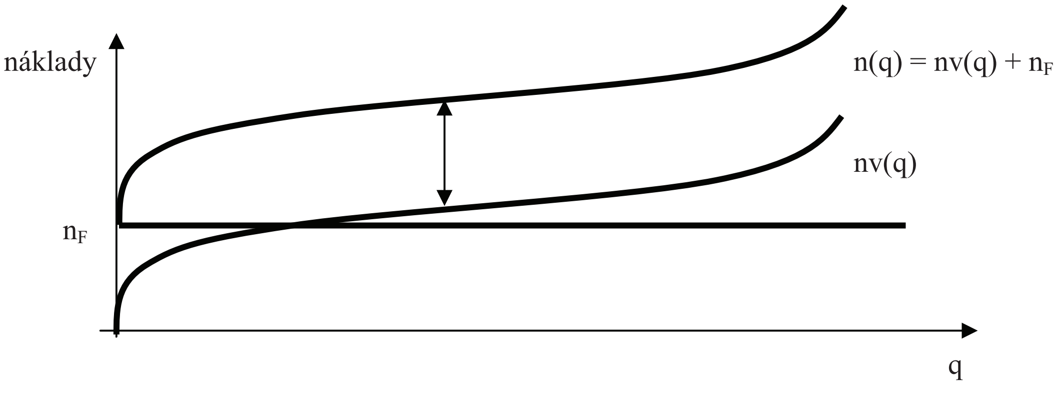
Táto funkcia je mimoriadne dôležitá preto, lebo poskytuje základné informácie pre určenie úrovne výstupu maximalizujúceho zisk. Okrem toho, nákladová funkcia sumarizuje informácie o výrobnom procese. Takže nákladová funkcia redukuje množstvo informácií, ktoré manažér potrebuje v procese rozhodovania o optimálnom výstupe firmy. Je pochopiteľné, že nákladová funkcia musí pre daný objem výroby **q** zodpovedajúci produkčnej funkcii **q = f(x)** vyjadrovať minimálne náklady potrebné na obstaranie výrobných faktorov pri daných cenách faktorov **c**. Nákladová funkcia je teda de facto riešením optimalizačnej úlohy v tvare:

$$n(q) = \min n(x) + n_F \text{ pri ohraničení } f(x) = q$$

Krátkodobé náklady

„Krátkodobosť“ – obdobie, počas ktorého sú niektoré výstupy fixované. Z krátkodobého hľadiska môžeme voľne meniť spotrebu variabilných vstupov, ale nemôžeme modifikovať existujúcu úroveň fixných vstupov, t.j. **fixné náklady** sa teda nemenia pri zmene výstupu. Naproti tomu, náklady meniace sa pri zmene objemu výroby sú **variabilné náklady**. Celkové krátkodobé náklady na výrobu výstupu potom pozostávajú z nákladov fixných vstupov a nákladov variabilných vstupov. Tieto 2 položky celkových krátkodobých nákladov sú známe ako ***krátkodobé fixné náklady a krátkodobé variabilné náklady.***

Pri existujúcich fixných faktoroch produkcie krátkodobá nákladová funkcia $n(q) = nv(q) + n_F$ vyjadruje minimálne možné náklady výroby každej úrovne výstupu za predpokladu, že variabilné vstupy sú využívané spôsobom, ktorý minimalizuje náklady.



Obrázok graficky ilustruje typické vzťahy medzi celkovými nákladmi **n(q),** variabilnými nákladmi **nv(q)** a fixnými nákladmi $\mathbf{n_F}$. Keďže sa fixné náklady nemenia v závislosti od množstva výstupu, sú konštatné pri každej úrovni výstupu a musia sa platiť dokonca aj vtedy, ak sa nevyrobí ani jedna jednotka výstupu. Na druhej strane, variabilné náklady sú nulové, ak sa nevyrába, ale rastú, ak sa výstup zvyšuje. Celkové náklady sú súčtom fixných a variabilných nákladov. Takže rozdiel medzi krivkou celkových nákladov a krivkou variabilných nákladov na obrázku predstavujú fixné náklady.

Priemerné a marginálne náklady

Často prezentovanou, aj keď nie celkom presnou predstavou o nákladoch je, že veľké firmy majú nižšie náklady ako menšie firmy, lebo produkujú väčšie množstvá výstupu. Zjednodušene povedané, na zvýšenie výroby sa naozaj všetky výrobné faktory nespotrebovávajú vo väčších množstvách, ale existujú faktory, ktorých spotreba sa nezvyšuje a naopak, ich nákladový podiel na jednotkovom výstupe sa znižuje, pretože náklady sa „rozpočítavajú" na väčší počet výrobkov. Táto idea súvisí s koncepciou **priemerných fixných nákladov** – fixné náklady vydelené počtom jednotiek výstupu, a matematicky ju formulujeme takto:

$$np_F(q) = n_F / q \quad \text{pre} \quad q \in (0,\infty)$$

Keďže sa fixné náklady nemenia s objemom výstupu, musia sa v prípade väčšieho množstva výstupu na toto množstvo rozpočítať. Dôsledkom toho je, že priemerné fixné náklady sa znižujú úmerne tomu, ako sa zvyšuje výstup.

Vývoj variabilných nákladov môžeme presnejšie charakterizovať **kategóriou priemerných variabilných nákladov**, ktoré predstavujú podiel variabilných nákladov na jednotku produkcie. Funkcia priemerných variabilných nákladov má tvar:

$$np_V(q) = nv(q) / q \quad \text{pre } q \in (0,\infty)$$

Priemerné celkové náklady sú súčtom priemerných variabilných nákladov a priemerných fixných nákladov, teda vyjadrujú podiel celkových nákladov na jednotku výstupu, a charakterizuje ich vzťah:

$$np(q) = n(q) / q = np_F(q) + np_V(q)$$

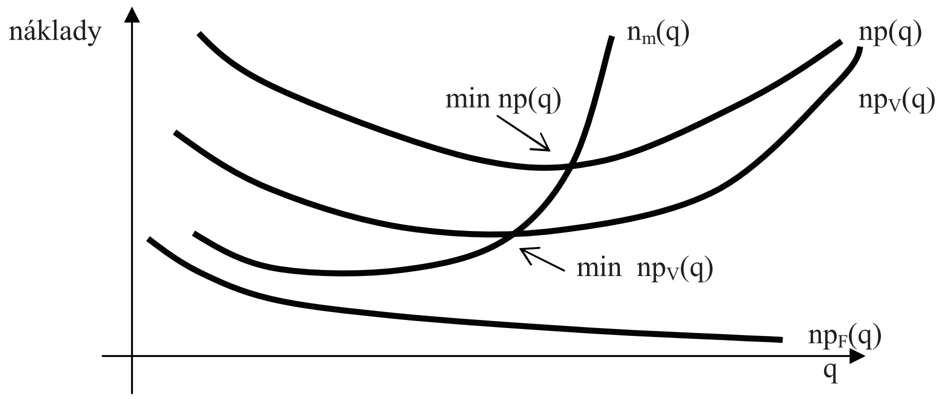
Veľmi dôležitou analytickou koncepciou nákladovej analýzy sú **marginálne náklady** – tie náklady firmy, ktoré sú potrebné na výrobu jednej dodatočne pridanej jednotky výstupu, t.z. že predstavujú prírastok nákladov zodpovedajúci poslednej, resp. dodatočnej jednotke výstupu:

$$n_m = \Delta n / \Delta q$$

Spôsob výpočtu marginálnych nákladov (za predpokladu, že funkcia nákladov je daná analytickou nákladovou funkciou **n(q),** ktorá je navyše spojitá a diferencovateľná):

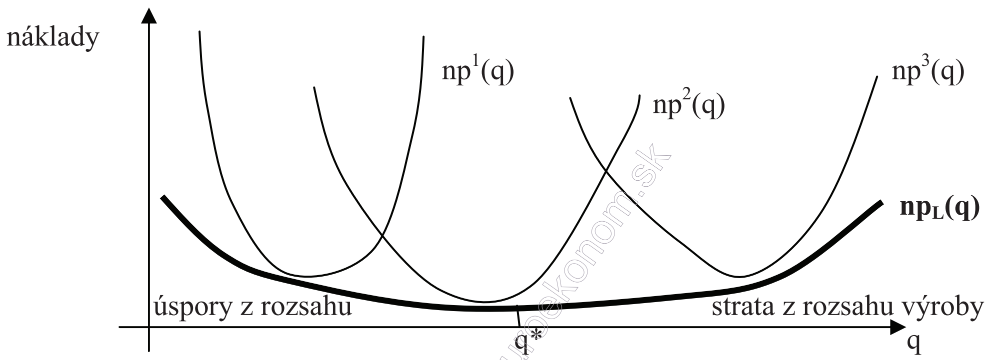
$$n_m(q) = dn(q) / dq$$

Obrázok dole zobrazuje priemerné celkové, priemerné variabilné, priemerné fixné a marginálne náklady za predpokladu, že výstup je nekonečne deliteľný, resp. spojitý, t.z. že firma nie je limitovaná konkrétnymi úrovňami výstupu, ale môže vyrábať akýkoľvek objem výstupu. Relácie medzi nákladovými krivkami sú veľmi dôležité. Krivka marginálnych nákladov pretína krivku priemerných variabilných nákladov a krivku celkových priemerných nákladov v bodoch ich minima. Z toho vyplýva, že keď krivka marginálnych nákladov je pod krivkou priemerných nákladov, priemerné náklady klesajú, a keď marginálne náklady sú vyššie ako priemerné náklady, priemerné náklady rastú. Ďalej si všimnime, že krivka celkových priemerných nákladov a priemerných variabilných nákladov sa postupne navzájom približujú tak ako rastie úroveň výstupu. Je to spôsobený tým, že rozdielom medzi nimi sa zmenšuje, keď sa fixné náklady „rozdeľujú" medzi jednotlivé jednotky rastúceho výstupu.



Dlhodobé náklady

V rámci dlhodobého časového horizontu sú všetky náklady variabilné, pretože v takomto prípade môžeme požadovaným spôsobom bez väčších problémov upraviť úroveň spotreby všetkých vstupov.

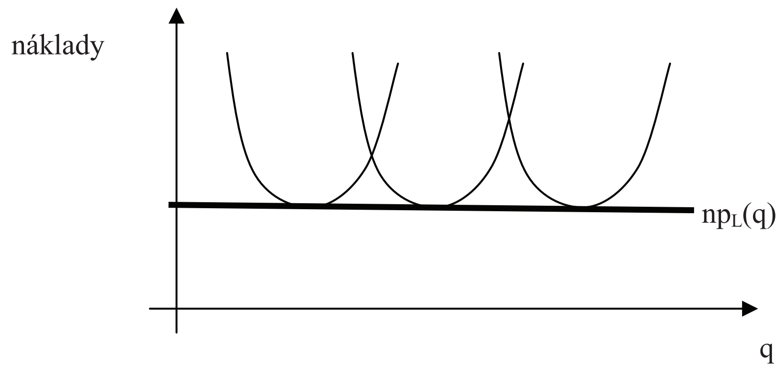


Na obrázku sú znázornené krátkodobé krivky celkových priemerných nákladov **np^1(q), np^2(q)** a **np^3(q). Krivka dlhodobých priemerných nákladov np_L(q)** je najnižšia obalová krivka všetkých kriviek krátkodobých priemerných nákladov, t.z. že leží pod všetkými bodmi na krivkách krátkodobých priemerných nákladov, a dotýka sa každej krivky krátkodobých priemerných nákladov v bodoch, kde tieto krivky využívajú fixné náklady optimálne.

Krivka dlhodobých priemerných nákladov je konvexná, t.z., že z dlhodobého hľadiska priebeh funkcie priemerných nákladov firmy môže mať nasledujúce 2 trendy pre konkrétne typy výrobných technológií:

a) *priemerné výrobné náklady firmy najprv pri raste produkcie klesajú, potom dosiahnu svoje minimum a napokon začínajú rásť* – pre úroveň výstupu medzi bodmi 0 až q* dochádza k **úsporám z rozsahu výroby** (na určitom intervale objemu výstupu môže firma aj pri jeho raste vyrábať s nižšími priemernými dlhodobými nákladmi), po zvýšení výstupu za bod q* dôjde ku **strate z rozsahu výroby** (ďalšie zvýšenie výstupu spôsobí zvýšenie priemerných nákladov)

b) priemerné výrobné náklady sa nemenia pri zmene výstupu produkcie, t.z. sú konštantné – niektoré priemyselné technológie umožňujú firme vyrábať rôzne úrovne výstupu pri rovnakých minimálnych priemerných nákladoch, táto situácia je známa ako **konštantné výnosy z rozsahu výroby**



Nákladová funkcia n-premennných

Pri analýze výrobného procesu sme sa doteraz zamerali na situáciu, kedy firma vyrába 1 výstup. Existuje však množstvo firiem, ktoré vyrábajú viac výstupov. Ak chceme aplikovať produkčnú a nákladovú analýzu firmy, ktorá vyrába 1 výrobok, na firmu vyrábajúcu viac výrobkov, musíme riešiť niektoré dodatočné problémy.

Viacvýrobková nákladová funkcia vyjadruje celkové náklady **N** na výrobu dané úrovňou 2 alebo viacerých výstupov za predpokladu, že všetky vstupy sú využívané efektívne. Má tvar:

$$\mathbf{N = n(q) = n(q_1, q_2, ..., q_m)}$$

m – počet výrobkov firmy
q – vektor objemov produkcie jednotlivých výrobkov
n(q) – nákladová funkcia

Viacproduktová nákladová funkcia má tie isté základné vlastnosti ako jednoproduktová nákladová funkcia, na rozdiel od nej však náklady výroby závisia od každého typu výstupu výroby. Preto musíme zaviesť pojmy:

- **úspory zo sortimentu**: prejavia sa za predpokladu, že celkové náklady spoločnej výroby 2 alebo viacerých výrobkov sú nižšie ako náklady na samostatnú produkciu týchto výrobkov, t.j. keď platí

$$\mathbf{n(q_1, 0) + n(0, q_2) > n(q_1, q_2)}$$

- **náklady komplementarity**: ak rast marginálnych nákladov jedného výrobku súvisí s poklesom výroby druhého výrobku. Nech $\mathbf{n(q_1, q_2)}$ je nákladová funkcia viacvýrobkovej firmy a nech $\mathbf{n_m (q_1, q_2)}$ sú marginálne náklady výroby pre prvý výstup. Potom platí, že ak rastie výstup druhého výrobku, klesnú marginálne náklady prvého výrobku:

$$\mathbf{\partial\, n_m (q_1, q_2) / \partial\, q_2 < 0}$$